

Essere prospettici / Be Perspective

La scienza della rappresentazione per le sue preponderanti finalità applicative offre interessanti occasioni per promuovere sempre più nuove e specifiche ricerche. L'indagine di Laura Inzerillo sulle implicazioni geometrico proiettive da applicare per una sempre più appropriata costruzione di immagini dell'Architettura e dell'Ambiente, rileva il possesso di una chiara impostazione teorica ed una pregevole versatilità discorsiva nel campo delle immagini prospettiche. In particolare modo si apprezza lo sforzo di sviluppare i metodi grafici indipendentemente dal dominio della rappresentazione digitale; lo sviluppo di un metodo che consente di ottenere facilmente la prospettiva da punti di vista collocati a grande distanza dall'oggetto rappresentato; ed infine la cura di un controllo preventivo sullo spazio disponibile alla rappresentazione, ovvero sul foglio da disegno con i suoi limiti fisici.

Representation science, due to their main applicative purposes, offers interesting possibilities to the promotion of innovative and specific researches. The study of Laura Inzerillo, concerning a suitable building up of images referring to Architecture and Environment, along with their geometric and prospective implications, reveals a strong theory basis and a relevant capability of realizing prospective images. Particularly, it do appreciate her remarkable effort of developing graphical methods, regardless the support of digital representation. In the same time it would like to point out the development of a novel method that is capable of catching the perspective by different points of view, even situated at relevant distances from the represented object. Finally, it would here to underline the accuracy belonging about the preventive control of the available spaces for the representation; in other words, this control is specifically applied to the drawing sheet ant their physical limits.



Laura Inzerillo è ricercatore presso l'Università degli Studi di Palermo, Facoltà di Ingegneria, Dipartimento di Architettura. È docente di Disegno e Laboratorio di Cad in Ingegneria Civile ed Ambientale ed ha svolto lezioni frontali all'Ecole d'Architettura de Paris, all'Escola Técnica Superior d'Arquitectura de Barcelona e alla Columbia University dove ha svolto attività di ricerca per oltre un triennio. Ha pubblicato circa 40 lavori tra monografie, articoli su riviste internazionali, proceeding e poster. È responsabile di gruppi di ricerca nel settore delle tecnologie innovative di 3Dscanning, 3D survey, 3D modeling e geometria descrittiva.

Laura Inzerillo is researches at Palermo University, School of Engineering, Architecture Department. She is teaching of Drawing and Cad at School of Civil and Environmental Engineering and she made frontal lessons at Ecole d'Architettura de Paris, at Escola Técnica Superior d'Arquitectura de Barcelona and at Columbia University where she has been a fellowship in 2000 and work as researcher until 2003. She published more than 40 paper as monographs, paper on international journals, proceedings and poster. She is coordinator of researcher team about innovative technology of 3Dscanning, 3D survey and descriptive geometry

ISBN 978-88-548-4962-4



9 788854 849624

euro 10,00

A08 / 000



Inzerillo Essere prospettici / Be Perspective

ARACNE

LAURA INZERILLO

BE PERSPECTIVE

ESSERE PROSPETTICI

pensare e realizzare
prospettive
thinking and making
perspective

$$\frac{Ao8}{ooo}$$

Laura Inzerillo

Essere prospettici

Pensare e realizzare prospettive

Be Perspective

Thinking and making perspectives



Copyright © MMXII
ARACNE editrice S.r.l.

www.aracneeditrice.it
info@aracneeditrice.it

via Raffaele Garofalo, 133/A-B
00173 Roma
(06) 93781065

ISBN 978-88-548-4646-3

*I diritti di traduzione, di memorizzazione elettronica,
di riproduzione e di adattamento anche parziale,
con qualsiasi mezzo, sono riservati per tutti i Paesi.*

*Non sono assolutamente consentite le fotocopie
senza il permesso scritto dell'Editore.*

I edizione: settembre 2012

*A Te, papà, con profonda stima
ed immensa gratitudine.*

Ringrazio in modo particolare Giuseppe Costanzo per gli sforzi operati alla realizzazione di questo volume

Indice

<i>Presentazione</i>	11
----------------------	----

<i>Premessa</i>	13
-----------------	----

Capitolo 1	
Le basi della proiezione prospettica	17

1.1	Realtà fisica e modello geometrico	17
1.2	La proiezione	19
1.3	La proiezione prospettica	20
1.4	La prospettiva	25
1.5	Prospettiva dal ribaltamento	28
1.5.1	$\varphi = 90^\circ$	28
1.5.2	$\varphi < 90^\circ$	29
1.5.3	$\varphi > 90^\circ$	31
1.5.4	$\varphi = 0^\circ$	32

Capitolo 2	
Prospettiva diretta	33

2.1	Elementi	33
2.1.1	Segmento parallelo al quadro	33
2.1.2	Distanza di un segmento parallelo a π da t_α	34
2.1.3	Scala di lettura alla distanza Δ da t_α di un segmento AB parallelo a π	34
2.1.4	Operare a grande distanza, con t_α fuori foglio	35

Index

<i>Presentation</i>	11
---------------------	----

<i>Premise</i>	13
----------------	----

Chapter 1	
The basics of perspective projection	17

1.1	Physical reality and geometric model	17
1.2	Projection	19
1.3	Perspective projection	20
1.4	Perspective	25
1.5	Perspective by overturning	28
1.5.1	$\varphi = 90^\circ$	28
1.5.2	$\varphi < 90^\circ$	29
1.5.3	$\varphi > 90^\circ$	31
1.5.4	$\varphi = 0^\circ$	32

Chapter 2	
Direct perspective	33

2.1	Elements	33
2.1.1	Segment parallel to the picture plane	33
2.1.2	Distance of a segment parallel to π from t_α	34
2.1.3	Reading scale at distance Δ from t_α of a segment AB parallel to π	34
2.1.4	Work at a large distance, with t_α outside the sheet	35

2.1.5	Dimensione di un segmento parallelo a t_α , quando t_α è fuori foglio	37
2.1.6	Spostamento di un segmento parallelo a π , lungo la sua retta	37
2.1.7	Larghezza del campo riportabile sul foglio in funzione della distanza da t_α	38
2.2	Applicazioni	39
2.2.1	Prospettiva diretta, con grande distanza di V da π	39
2.2.2	Riporto di una grande distanza	40
2.2.3	Prospettiva di un segmento generico	41
2.2.4	Prospettiva diretta e frazionata del territorio	41

Capitolo 3

Riporto in quota 45

3.1	Le verticali su quadro orizzontale	45
3.1.1	Quadro a quota h_A	45
3.1.2	Quadro a quota superiore all'altezza dell'edificio	46
3.1.3	Quadro a quota nulla	48
3.1.4	Imposta a quota variabile	49
3.1.5	Riporto in quota per dV molto grande	51
3.2	Verticali su quadro verticale	52
3.2.1	Equipollenza prospettica	52
3.2.2	Scala delle altezze	53
3.2.3	Riporto in quota con t_α fuori foglio	54
3.3	Verticali su quadro obliquo	56
3.3.1	Prospettiva di un punto in quota per ribaltamento intorno ad $f'_{n\alpha}$	56
3.3.2	Prospettiva di un punto in quota mediante quadratura	57

2.1.5	Size of a segment parallel to t_α , when t_α is outside the sheet	37
2.1.6	Moving a segment parallel to π , along its line	37
2.1.7	Width of the field reportable on the sheet in function of the distance from t_α	38
2.2	Applications	39
2.2.1	Direct perspective, with large distance of V from π	39
2.2.2	Reporting a large distance	40
2.2.3	Perspective of a generic segment	41
2.2.4	Direct and fractional perspective of the territory	41

Chapter 3

Report in height 45

3.1	Verticals on horizontal picture plane	45
3.1.1	Picture plane at height h_A	45
3.1.2	Picture plane at height above the height of the building	46
3.1.3	Picture plane at null height	48
3.1.4	Impost at variable height	49
3.1.5	Report in height for dV very large	51
3.2	Verticals on vertical picture plane	52
3.2.1	Perspective equivalence	52
3.2.2	Scale of the heights	53
3.2.3	Report in height with t_α outside the sheet	54
3.3	Verticals on oblique picture plane	56
3.3.1	Perspective of a point in height by overturning around $f'_{n\alpha}$	56
3.3.2	Perspective of a point in height by quadrature	57

3.3.3	Prospettiva di un punto in quota mediante orizzontali	58
3.3.4	Prospettiva di un punto in quota mediante il piano γ , proiettante ortogonale al piano orizzontale	59
3.3.5	Riporto in quota mediante il piano $p-n$	61
3.3.6	Riporto di un punto in quota mediante triangoli omotetici	62
3.3.7	Riporto di un punto in quota, previa individuazione dei punti di supporto fuori foglio	63
3.3.8	Riporto di un punto in quota, su reticolo prospettico	64

Capitolo 4 **Prospettiva del territorio**

4.1	Analisi spaziale	67
4.2	Analisi sul quadro	69
4.3	Preliminari prospettici	71
4.4	Portale della cappella di villa Badia Settangeli	73

Conclusioni

Appendici

3.3.3	Perspective of a point in height using horizontals	58
3.3.4	Perspective of a point in height using the plane γ , projecting orthogonal to the horizontal plane	59
3.3.5	Report in height using the plane $p-n$	61
3.3.6	Report of a point in height using homothetic triangles	62
3.3.7	Report of a point in height, after identifying the support points outside the sheet	63
3.3.8	Report of a point in height, on perspective grid	64

Chapter 4 **Perspective of the territory**

4.1	Spatial analysis	67
4.2	Analysis on the picture plane	69
4.3	Perspective preliminaries	71
4.4	Portal of the chapel of villa Badia Settangeli	73

Conclusions

Appendix

Presentazione

Riccardo Migliari

La scienza della rappresentazione per le sue preponderanti finalità applicative offre interessanti occasioni per promuovere sempre più nuove e specifiche ricerche.

L'indagine di Laura Inzerillo sulle implicazioni geometrico-proiettive da applicare per una sempre più appropriata costruzione di immagini dell'Architettura e dell'Ambiente, rileva il possesso di una chiara impostazione teorica ed una pregevole versatilità discorsiva nel campo delle immagini prospettiche.

In particolare modo apprezzo lo sforzo di sviluppare i metodi grafici indipendentemente dal dominio della rappresentazione digitale; lo sviluppo di un metodo che consente di ottenere facilmente la prospettiva da punti di vista collocati a grande distanza dall'oggetto rappresentato; ed infine la cura di un controllo preventivo sullo spazio disponibile alla rappresentazione, ovvero sul foglio da disegno con i suoi limiti fisici.

Esprimo, dunque, a Laura un caloroso apprezzamento nonché l'augurio di una crescente affermazione culturale e scientifica.

Roma, luglio 2012

Presentation

Riccardo Migliari

Representation science, due to their main applicative purposes, offers interesting possibilities to the promotion of innovative and specific researches. The study of Laura Inzerillo, concerning a suitable building up of images referring to Architecture and Environment, along with their geometric and prospective implications, reveals a strong theory basis and a relevant capability of realizing prospective images.

Particularly, I do appreciate her remarkable effort of developing graphical methods, regardless the support of digital representation. In the same time I would like to point out the development of a novel method that is capable of catching the perspective by different points of view, even situated at relevant distances from the represented object. Finally, I would here to underline the accuracy belonging to Laura about the preventive control of the available space for the representation; in other words, this control is specifically applied by Laura to the drawing sheet and their physical limits.

As that, it's my special pleasure to declare my esteem to Laura, along with my wishes for a fast cultural and scientific advancement.

Rome, July 2012

Premessa

Quanti apprezzano il “saper costruire”, senza essere assistiti da calcolatore, immagini prospettiche, cogliendone la prestigiosa potenzialità comunicativa?

Quanti dei “competenti” lo considerano un “cimento” e giustificano il fruire invece che il produrre?

Una schiera, forse esigua, mira alla padronanza della qualità di usare con la medesima abilità e disinvoltura il verbo ed il segno. Chi ha le capacità non deve rinunciare alla cura puntigliosa di conquistare questo livello di conoscenza e di operatività senza condizionamenti.

In mancanza di ciò, ogni tentativo del “comunicare disegnando” si blocca e le difficoltà possono indurre a scegliere vie di minore resistenza, che riducono le incognite ma aumentano i vincoli.

Approcci manualistici agevolati svincolano dalle insufficienze accumulate e stratificate nella propria formazione culturale.

Il riferimento è chiaro, ed è fuori luogo compiacersi del rimedio se si è “costretti” a ricorrere alla computergrafica.

Se è dettato da valutazioni di opportunità, il ricorso al suddetto supporto è certamente prezioso e può anche essere sistematico.

Sono invece contraria ad attribuzioni di generalizzata superiorità perché un confronto è incompatibile.

Ogni affermazione di esclusivismo o di sostituzione, se non è di parte, maschera preoccupazioni e limiti dalle radici profonde.

Un software aggiornato, in tempi brevissimi, può fornire un abbondante campionario di proposte; è possibile esercitare una ineguagliabile facoltà di vaglio e di scelta.

E’ comprensibile cedere ad una inevitabilità quasi fatalistica di defilarsi da ricavazioni, specialmente se sofferte, senza riflettere sulla concomitante perdita di autonomia.

La tendenziosa offensiva di una martellante attività accattivante alle offerte, continuamente rinnovate e convenientemente pubblicizza-

Premise

How many appreciate the “knowing how to build”, without being assisted by computer, perspective images, capturing the prestigious communication potential?

How many of the “competent” consider it a “trial” and justify the benefit instead of the producing?

A crowd, perhaps small, aims to mastering of the use to quality with the same skill and ease the verb and the sign.

Who has the ability not to give up the meticulous care to gain this level of knowledge and operation without interference.

Failing that, any attempt by the “talk drawing” crashes and difficulties may lead them to choose paths of least resistance, which reduce the uncertainties, but the constraints increase.

Facilitated manualistic approaches wriggle free from shortcomings in their own accumulated and layered cultural training.

The reference is clear, and complacency of the remedy is misplaced if was “forced” to resort to computer graphics.

If it is dictated by evaluations of opportunities, the use of this support is invaluable and can certainly be systematic.

I’m instead contrary to attributions of generalized superiority because a comparison is incompatible.

Every assertion of exclusiveness or replace, if not biased, mask deep-rooted concerns and limitations.

An updated software, in a very short time, can provide a rich collection of proposals; it is possible to exert an unparalleled faculty of screening and selection.

It’s understandable cede to a almost fatalistic inevitability of distance themselves from obtainations, especially if you have suffered, without reflecting on the concomitant loss of autonomy.

The tendentious attack of a pounding activities engaging to offers, constantly renovated and conveniently publicized of the informatic product, should not leave us indifferent witness, since in this case is accentuated laziness to represent with their

te del prodotto informatico, non deve lasciarci assistere indifferenti, poiché in tal caso si accentua la pigrizia al rappresentare con le proprie capacità e con la propria insostituibile ed irrinunciabile libertà di espressione, le quali si basano sulla conoscenza e sull'esperienza e risultano indispensabili per non divenire "computer dipendenti".

Non è semplice ridimensionare la cosiddetta "intelligenza artificiale"; non è affatto semplice arginare la diffusione "interessata" di una sopravvalutazione del disegno assistito.

Credo tuttavia che sia possibile scongiurare defezioni e schieramenti dei giovani che sempre più si accostano in maniera incondizionata alla computer grafica, purché prevalga il convincimento di riorganizzare radicalmente la problematica del disegno.

Non è facile ma bisogna tentare ed allora si potrà ottimizzare l'accesso alla preparazione idonea a restituire credibilità al settore.

Le difficoltà esecutive e la scarsa affidabilità del conseguimento dei messaggi "transitivi" del disegno prospettico, ottenuto attraverso costruzioni molto laboriose, decisamente sono le cause primarie e "memorabili" di demotivazione irreversibile. Occorre incentivare ed impegnare le proprie risorse affinché il disegno tradizionale sia suscettibile di rinnovamento, di semplificazione e rispondente alle esigenze funzionali moderne, finora disattese.

La scuola universitaria dovrebbe riacquistare il ruolo di guida alle conquiste senza conflitti, di mediazione costruttiva per rivalutare gli equilibri nello sviluppo delle personalità professionali.

In questa università si spargono i semi delle nuove docenze della scuola futura; penso che la formazione al disegno prospettico possa giovare di un insegnamento, orientato a promuovere la coesistenza delle vie risolutive, assistite e non.

Ho utilizzato un linguaggio attento, teso a "prevenire" progressivamente e razionalmente a conclusioni sempre più complesse, supportate da richiami ed esempi idonei.

Spero inoltre che l'esposizione risulti recepibile e condivisibile, nel limite dell'auspicabile, anche senza preventiva preparazione specifica.

skills and their irreplaceable and inalienable freedom of expression, which are based on knowledge and experience and are essential to avoid becoming "dependent from computer".

It's not easy to resize the so-called "artificial intelligence"; it's not easy to stem the self-interested spread of an overestimation of the aided drafting.

However, I think you can prevent defections and groupings of young people who increasingly they approach with computer graphics unconditionally, provided that prevails the belief to reorganize radically the problem of drawing.

It is not easy but we must try and then we can optimize the access to suitable preparation to restore credibility to the sector.

The difficulties of execution and the unreliability of the achievement of the "transitive" messages of perspective drawing, achieved through labor-intensive constructions, definitely are the causes primary and "memorable" of irreversible demotivation.

It should encourage and commit its own resources so that the traditional design is capable of renewal, simplification and meets the modern functional needs, so far unfulfilled.

The university should regain the lead to breakthroughs without conflicts, constructive mediation to reevaluate the balance in the development of the professional personalities.

In this university are sown the seeds of new professorships of future school and I think that training in perspective drawing can take advantage of an education, aimed at promoting coexistence of the resolutive ways, aided or not.

I used a sensitive language, aimed to "prevent", progressively and rationally, to more complex conclusions, supported by appropriate references and examples.

I also hope that the exposure appears receivable and shared, in the desirable limit, even without specific prior preparation.

The approach aims to achieve some goals that I think is important to point out.

In allocating the data, for example, can and should be aware of the results, then, should be taken in the execution process.

L'impostazione mira a conseguire alcuni obiettivi che ritengo importante puntualizzare.

Nell'assegnare i dati, per esempio, si può e si dovrebbe essere consapevoli dei risultati, e poi, nell'esecuzione si dovrebbero adottare procedure appropriate alla fase, che garantiscano semplificazione, chiarezza e controllabilità continuativa, ed ancora, nell'avviare il disegno si dovrebbe personalizzare il prodotto figurativo perché il sistema parametrico è tanto flessibile da potere assumere la corrispondenza fra volontà propositiva e riscontro dei requisiti voluti

dures appropriate to the step, to ensure simplification, clarity and controllability continuous, and then, in starting the drawing should customize the figurative product because the parametric system is flexible enough to be able to take the correspondence between will to propose and acknowledgment of the desired requirements.

Le basi della proiezione prospettica

1.1 Realtà fisica e modello geometrico

La realtà fisica è complessa; nel suo inarrestabile divenire è potenzialmente recepibile solo in parte.

Di questa certamente può istruirsi una conoscenza parziale attraverso analisi e sintesi, rilevazioni e rivelazioni; tale conoscenza può accrescersi per stadi e livelli, per le più svariate finalità.

Gli elementi di conoscenza si organizzano per proprietà, per qualità, per quantità, per interrelazioni, per confronto, per inclusione, per esclusione, secondo innumerevoli schemi. Tutto ciò ha lo scopo di agevolare la comunicazione, la lettura, la incidenza, la evoluzione, la trasformazione, il riconoscimento, etc.

Elaborando e rielaborando le acquisizioni, si conviene di assumere per semplicità, opportuna e più spesso indispensabile, un modello di realtà, funzionale ai nostri obiettivi.

Della realtà fisica che ci circonda, consideriamo in questa sede un modello geometrico, nel quale ritroviamo, ricostruita a scala, solo ciò che riteniamo essenziale e solo quegli assemblaggi di elementi geometrici, estrapolati e suscettibili di rappresentazione.

Si tratta di una realtà fisico-geometrica limitata prodotta per reinterpretazione di una realtà fisica molto più ampia e ricca.

Il modello è fatto di punti, di linee, di rette, di superfici, di piani; ciascuno di essi occupa nello spazio il sito che gli compete nel rispetto delle interrelazioni geometriche, consolidate nel momento stesso della definizione ideale del modello.

Fra le interrelazioni geometriche ricordiamo l'appartenenza, la direzione, la giacitura, il riferimento posizionale, sia statico

The basics of perspective projection

1.1 Physical reality and geometric model

The physical reality is complex; in its becoming is potentially unstoppable recepibile only partially.

You can certainly learn a partial knowledge of this through analysis and synthesis, surveys and revelations, that knowledge may grow in stages and levels, for various purposes.

The elements of knowledge are organized by property, quality, quantity, for inter-comparison, for inclusion, exclusion, according to several schemes. Everything is designed to facilitate communication, reading, incidence, evolution, processing, recognition, etc..

Developing and revising the acquisitions, we agree to assume, for simplicity, appropriate and often necessary, a model of reality, functional to our goals.

From the physical reality that surrounds us, we consider here a geometric model, in which we find, rebuilt in scale, only what we consider essential and only those assemblages of geometric elements, extrapolated and capable of being represented.

This is a reality physical-geometric limited produced for reinterpretation of a physical reality much more large and rich.

The model is made of points, lines, surfaces, planes; each of them occupies in the space the site belongs to him in respect of the geometric interrelationships, which are consolidated at the same time of the ideal definition of the model.

Between the geometric interrelations we remember membership, direction, position, positional reference, both static and

che dinamico, relativo o assoluto, ed ancora la distanza, l'angolo, il parallelismo, l'ortogonalità, la dimensione, la forma bi o tridimensionale, la concentricità, la coassialità, le simmetrie, le convergenze, le continuità, le contiguità, le aggregazioni, le cavità, gli smussi, i raccordi, i collegamenti, le trasparenze, le riflessioni, etc.

Taluni particolari della realtà fisica, persino caratterizzanti, possono non transitare nel modello, se ritenuti ininfluenti ai fini dello studio.

Ed ancora, secondo la scala dimensionale, che lega il modello alla realtà fisica, i dettagli possono non ritrovarsi nel modello, ovvero comparirvi trasformati.

Anche le imperfezioni formali di una realtà epidermica possono non trasferirsi sul modello, o perché è scarsa la loro incidenza o a causa della scala.

Dunque, in molti casi la geometria del modello reinventa la realtà fisica, conservandone tuttavia la corrispondenza di quantità, proporzioni ed interrelazioni essenziali.

La riduzione ideale a modello può operare oltre che su una realtà fisica rilevata anche e più spesso su quella virtuale da realizzare. In tal caso, però, la realtà virtuale dovrà essere collegata ad una realtà fisica più vasta, in cui sarà insediata; il tenerne conto ha evidenti ripercussioni sul modello stesso.

Tale realtà è pensiero che si estrinseca in modello geometrico di cui è garante il progettista stesso, senza alcun riscontro oggettivo.

Il modello geometrico può sussistere anche senza una realtà fisica, come è nel caso di una superficie conica completa, a due falde indefinite, che in natura non può concretizzarsi.

Il modello geometrico si colloca in uno spazio geometrico che ha prerogative estremamente diverse di quelle dello spazio fisico, poiché non ha i limiti caratterizzanti il fisico.

Ricordiamo che l'adimensionalità è geometrica, che l'infinito è geometrico, che l'immaginario coniugato è geometrico, e possono farsi tanti altri esempi.

dynamic, relative or absolute, and yet distance, angle, parallelism, orthogonality, size, shape bi or three-dimensional, concentricity, coaxiality, symmetries, convergence, continuity, contiguity, aggregations, holes, chamfers, fillets, links, transparency, reflections, etc..

Some details of the physical reality, even characterizing, can not pass into the model if considered irrelevant for the purposes of the study.

And yet, according to the dimensional scale, linking the model to physical reality, the details can not be present in the model, or appear transformed.

Even the formal imperfections of an epidermal reality can not move on model, either because their incidence is low or because of the scale.

Therefore, in many cases the geometry of the model reinvents the physical reality, however maintaining the correspondence of quantities, proportions and essential interrelations.

The ideal reduction to model can operate not only on a detected physical reality, also and more often on the virtual one to make. In this case, however, the virtual reality should be connected to a physical reality more wide, in which will be established; taking them into consideration has obvious repercussions on the model itself.

This reality is a thought that is expressed in geometric model serves as a guarantor of the designer himself, without any objective evidence.

The geometric model can exist even without a physical reality, as in the case of conical surface a complete, to two pitched undefined, which in nature can not materialize.

The geometric model is placed in a geometric space which has very different prerogatives than those of physical space, since it has the limitations characterizing the physical.

We remind you that dimensionlessness is geometric, that infinity is geometric, that the conjugated imaginary is geometric, and may be many other examples.

1.2 La proiezione

Una sorgente fisica di radiazioni di qualsivoglia lunghezza d'onda interagisce inevitabilmente con lo spazio fisico. Essa non può considerarsi puntiforme, ha un limitato raggio d'azione, non può collocarsi all'infinito, etc.

Le sue emissioni sono onde che si propagano in un mezzo fisico, si smorzano, deviano e sono legate ad innumerevoli parametri.

Notevolmente diverso è il comportamento di una sorgente geometrica di raggi proiettanti, la quale è puntiforme, adimensionale, inesauribile, ubicabile anche all'infinito.

Essa è centro di una stella di rette che sono senza limiti, esenti da smorzamenti e deviazioni, e attraversano tutto lo spazio geometrico riempiendolo.

La funzione del centro di proiezione, di collegarsi con qualsiasi punto geometrico per proiettarlo, impedisce di pensarlo proiettato da un altro centro geometrico.

La proiezione geometrica di un punto geometrico P effettuata da un centro di proiezione V non è fine a se stessa.

Bisogna infatti considerare nello spazio geometrico una superficie geometrica qualsiasi, che denotiamo quadro π .

L'intersezione P' del raggio proiettante $V-P$ con il quadro π è la proiezione di P da V su π .

Le due operazioni di proiezione e sezione sono comunemente indicate "proiezione".

L'insieme delle proiezioni P' di tutti i punti P di un modello geometrico da un centro V sul quadro π è la proiezione del modello da V su π .

Si tratta di una figura geometrica, di una immagine distesa su una superficie comunque gobba, una cupola sferica, una galleria cilindrica, una copertura ondulata, etc.

Più diffuse sono le immagini costruite piane, ottenute per proiezione e sezione da V su quadro piano; esse sono più facilmente costruibili e trasferibili, nonché le più comunemente trattate. Nel caso del quadro piano è necessario imporre che il centro

1.2 Projection

A physical source of radiation of any wavelength inevitably interacts with the physical space. It can not be considered as point-like, it has a limited range of action, can not be placed to infinity, etc..

Its emissions are waves which propagate in a physical means, are dampened, divert and are linked to numerous parameters. Significantly different is the behavior of a geometric source of projecting rays, which is point-like, dimensionless, inexhaustible, ubicabile even to infinity.

It is the center of a star of lines that are unlimited, free from damping and deflections, and cross all the geometric space by filling it.

The function of the projection center, to connect with any geometric point to project, prevents to think it projected by another geometric center.

The geometric projection of a geometric point P made by a projection center V is not an end in itself.

We must therefore consider in geometric space a geometric surface taken in any way, which we denote picture plane π .

The intersection P' of the projecting ray $V-P$ with the picture plane π is the projection of P from V over π .

The two operations of projection and section are commonly referred as "projection".

The set of projections P' of all the points P of a geometric model from a center V on the picture plane π is the projection of the model from V over π .

This is a geometric figure, of an image lying on a surface hump however, a spherical dome, a cylindrical gallery, a corrugated cover, etc.

More widespread are the plane constructed images, obtained by projection and section from V to plan picture plane; they are more easily buildable and transferrable, and the most commonly treated.

di proiezione V non appartenga al piano del quadro; infatti poiché una retta interseca un piano in un solo punto reale, se V appartiene al quadro, l'intersezione P' di $V-P$ con il quadro coincide con V .

1.3 La proiezione prospettica

Pensiamo un piano ed assumiamolo come quadro; esso è pensato infinitamente esteso in tutte le direzioni.

Di tale piano possiamo utilizzare solo una porzione limitata, quella del foglio del disegno.

Se la figura costruita non occupa l'intero foglio, bisognerà ancora ottimizzare il rendimento della comunicazione grafica.

Pensiamo ancora un assetto spaziale, che comprenda il piano del quadro π , il centro di proiezione V ubicato a distanza non nulla anche illimitata da π ed un elemento geometrico generico come un punto P o una retta r o un piano α .

Assumiamo come π , un foglio piano o qualsiasi porzione piana disponibile; poniamo ad una certa distanza dV nello spazio un centro di proiezione V , assegniamo nello spazio un punto P , pensato o al di là del quadro a qualsiasi distanza, o appartenente al quadro, o al di qua del quadro ad una distanza da esso minore, eguale o maggiore di dV , e seguiamo con gli occhi il raggio proiettante $V-P$ infinitamente lungo.

Recepiamo subito che il raggio interseca sempre il piano del foglio in un punto P' il quale può ricadere entro il foglio o ai suoi limiti o fuori.

L'immagine P' di P è unica, ma il punto P' può essere la proiezione di ciascuno degli infiniti punti dello stesso raggio $V-P'$, per cui da P' non può risalirsi alla ubicazione spaziale di P ; è opportuno perciò illustrare come ricavare la proiezione di una retta.

Sia R_∞ il punto improprio comune ad una retta ed a tutte le rette aventi la sua direzione; l'intersezione T_r della r con π è un punto unito alla sua proiezione. Se dV è infinita (Fig. 1), il centro di pro-

In the case of the plan picture plane is necessary to require that the projection center V does not belong to the picture plane; in fact, since a line intersects a plane at only one real point, if V belong to the picture plane, the intersection P' of $V-P$ with the picture coincides with V .

1.3 Perspective projection

We think a plane and we will accept it as picture; it is thought infinitely extended in all directions.

We can use only a limited portion of this plane, that of the drawing sheet.

If the constructed figure doesn't occupy the whole sheet, still have to optimize the performance of the graphic communication.

We think then a spatial arrangement, which includes the plane of the picture π , the projection center V located at a distance nonzero, even unlimited, from π and a generic geometric element like a point P or a line r or a plane α .

Let us assume as π a plan sheet or any flat portion available; we put to a given distance dV in the space a projection center V , we assign in the space a point P , thinking beyond the picture plane at any distance, or belonging to the picture, or in front of the picture at a distance from it less, equal or greater than dV , and follow with the eyes the projecting ray $V-P$ infinitely long. Accept it immediately that the ray intersects always the plane of the sheet in a point P' which may fall within the sheet or to its limits or outside.

The image P' of P is unique, but the point P' can be the projection of each of the infinite point of the same ray $V-P'$, so that from P' can't be traced back to the spatial location of P ; should therefore illustrate how to derive the projection of a line.

Let R_∞ the improper point common to a line and all the lines having its direction; the intersection T_r of r and π is a point united

La prospettiva del punto improprio N_∞ delle rette n ortogonali al quadro π è individuata su π dalla $V-N_\infty$ in $F'_{n\pi}$ ⁽¹⁾ e la $V-F'_{n\pi}$ è la distanza dV .

Di essa si assegna la lunghezza, indicandola ribaltata su π in $F'_{n\pi}-(V)$, e ciò permette di ubicare V nello spazio ricostruendo $F'_{n\pi}-V$.

Dunque, da r discende r' e da r' può risalirsi ad r .

Il punto L_r (Fig. 3) comune alla r ed al piano λ , condotto per V parallelo al quadro π , ha prospettiva impropria $L'_{r\infty}$, poiché $V-L_r$ è parallela a π ; $L'_{r\infty}$ è il punto improprio della prospettiva r' della r .

Il punto L_r è un punto limite che caratterizza la direzione r' su π ; tutte le rette spaziali convergenti in L_r hanno sul quadro le immagini parallele di direzione r' .

La parallela ad r' condotta per V individua sulla r il punto L_r .

Si consideri (Fig. 4) un piano α ; la retta t_α intersezione di α con il quadro è impropria solo se α è parallelo al quadro.

Il piano condotto per V e proiettante la retta impropria r di α , la quale è comune a tutti i piani aventi la sua giacitura, individua su π la retta f'_α , comunemente detta retta di fuga di α . Essa è parallela alla traccia

t_α poiché le due rette rappresentano le intersezioni dei due piani paralleli che le contengono, α e Vf'_α , con il piano π .

The perspective of the improper point N_∞ of the lines n orthogonal to the picture π is identified over π from $V-N_\infty$ in $F'_{n\pi}$ ⁽¹⁾ and $V-F'_{n\pi}$ is the distance dV .

Is assigned the length of it, indicating it on π in $F'_{n\pi}-(V)$, and this allows to locate V in the space reconstructing $F'_{n\pi}-V$.

Therefore, from r descends r' and from r' can be traced back to r .

The point L_r (Fig. 3) common to r and to the plane λ , conducted for V parallel to the picture π , has improper perspective $L'_{r\infty}$, since $V-L_r$ is parallel to π ; $L'_{r\infty}$ is the improper point of the perspective r' of r .

The point L_r is a limit point which characterizes the direction r' over π ; all the spatial lines convergent in L_r have over the picture the images parallel of direction r' .

The parallel to r' conducted for V identifies on r the point L_r .

Consider (Fig. 4) a plane α ; the line t_α intersection of α and the picture is improper only if α is parallel to the picture.

The plane conducted for V and projecting the improper line r of α , which is common to all the planes having its arrangement, identifies on π the line f'_α , commonly called vanishing point of α . It is parallel to the trace t_α since the two lines represent the intersections of the two planes containing them, α and Vf'_α , with the plane π .

1. Del punto di fuga $F'_{n\pi}$ esistono altre indicazioni: P.P. punto principale, V_o punto di vista, etc.; della sua identificazione come punto di fuga delle perpendicolari al quadro esiste anche la versione di “proiezione ortogonale al quadro”, sul quadro, del centro della proiezione “centrale” da un centro improprio, ortogonale a π , con scambio di funzioni ingiustificabili, dal momento che proprio quel nuovo centro è a sua volta proiettato da V su π .

1. Exists others indications of the vanishing point $F'_{n\pi}$: P.P. principal point, V_o point of view, etc.; as vanishing point of the perpendiculars to the picture exists also the version of “projection orthogonal to the picture”, over the picture, of the center of the “central” projection from an improper center, orthogonal to π , with exchange of functions unjustifiable, since just that new center is in turn projected from V over π .

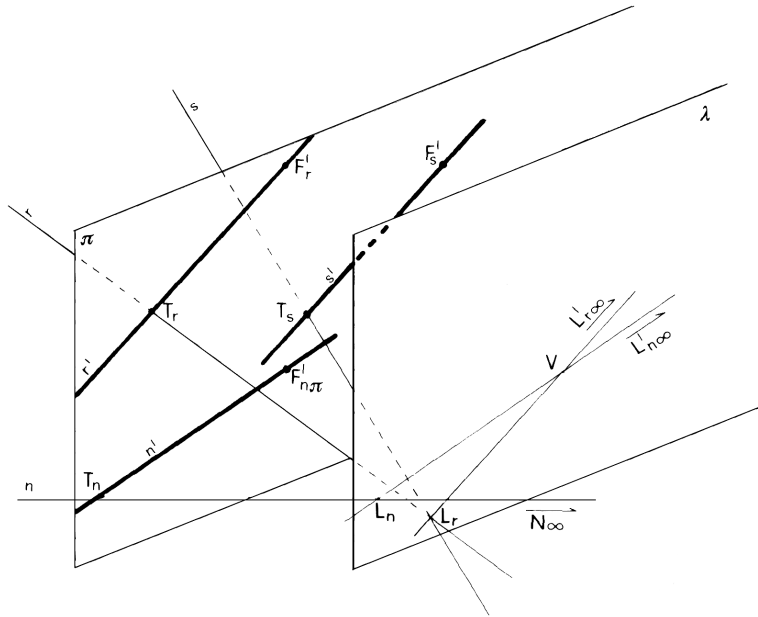


Fig. 3

Qualunque retta r di α ha il punto traccia T_r su t_α ed il punto di fuga F'_r su f'_α ; se la r di α è parallela a π , la r' è parallela ad f'_α ovvero a t_α ed i punti T_r ed F'_r sono impropri; se il piano α è parallelo a π , la traccia e la fuga sono improprie, la retta l_α di α su λ ha la prospettiva impropria poiché $V-l_\alpha=\lambda$ è parallelo a π . Un triangolo di α con vertice sulla l_α ha la immagine aperta poiché quel vertice ha la prospettiva impropria; le immagini dei lati convergenti in quel vertice, risultano parallele alla congiungente V con quel vertice.

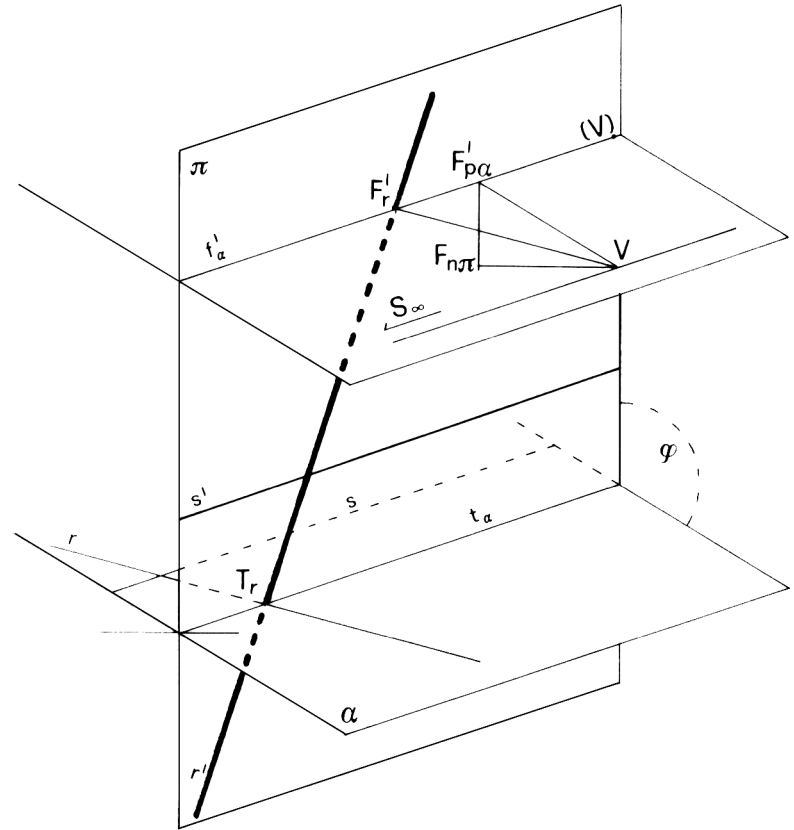


Fig. 4

Any line r of α has the trace point T_r on t_α and the vanishing point F'_r on f'_α ; if r of α is parallel to π , r' is parallel to f'_α that is to t_α and the points T_r and F'_r are improper; if the plane α is parallel to π , the trace and the vanishing are improper, the line l_α of α on λ has the perspective improper since $V-l_\alpha=\lambda$ is parallel to π . A triangle of α with vertex on l_α has the image open since that vertex has the perspective improper; the images of the sides convergent in that vertex results parallel to the joining V with that vertex.

La l_α ha notevole influenza sulla definizione della natura della prospettiva σ' di una conica σ di α , come può rilevarsi dalla seguente tabella:

	Conica di l_α		esterna ad l_α	tangente l_α	secante l_α
da una \Rightarrow	Ellisse	si ottiene \Rightarrow	Ellisse esterna ad f'_α	Parabola esterna ad f'_α	Iperbole esterna ad f'_α
	Parabola		Ellisse con un punto su f'_α	Parabola con un punto su f'_α	Iperbole con un punto su f'_α
	Iperbole		Ellisse con due punti su f'_α	Parabola con due punti su f'_α	Iperbole con due punti su f'_α

Tutti i punti del piano λ hanno la prospettiva all'infinito; è possibile avere la vista dell'interno se la cavità di un solido è intersecata dal piano λ ; ed ancora se una sfera che non contenga V, risulta rispetto a λ esterna, tangente o secante, la prospettiva del contorno apparente della sfera, ovvero la prospettiva della circonferenza definita sulla sua superficie dal cono tangente e di vertice V, risulta rispettivamente una ellisse, una parabola o una iperbole.

1.4 La prospettiva

Un piano α è ortogonale a π se contiene una retta ortogonale a π ; tale retta ha per fuga il punto $F'_{n\pi}$, per cui la retta f'_α di un piano ortogonale a π contiene $F'_{n\pi}$.

Nel comune riferimento ad un piano α “orizzontale”, dai più inteso invariabilmente come piano di terra o geometrale, se la f'_α contiene $F'_{n\pi}$, allora il quadro è “verticale” (Fig. 5); se f'_α non contiene $F'_{n\pi}$, allora il quadro è inclinato e lo può essere in avanti (Fig. 6,a), o all'indietro (Fig. 6,b); se f'_α è impropria, allora il quadro è “orizzontale” (Fig. 7).

l_α has considerable influence on the definition of the nature of the perspective σ' of a conical σ of α , as can be seen from the table below:

From a/an \Rightarrow	Ellipse	We obtain \Rightarrow	Ellipse external to f'_α	Parabola external to f'_α	Hyperbola external to f'_α
	Parabola		Ellipse with a point on f'_α	Parabola with a point on f'_α	Hyperbola with a point on f'_α
	Hyperbola		Ellipse with two points on f'_α	Parabola with two points on f'_α	Hyperbola with two points on f'_α

All points of the plane λ have the perspective to infinity; it's possible have the view of the interior if the cavity of a solid is intersected by the plane λ ; and even if a sphere that doesn't contain V is external, tangent or secant in respect to λ , the perspective of the apparent contour of the sphere, that is the perspective of the circumference defined on its surface by the cone tangent and with vertex V, is respectively an ellipse, a parabola or a hyperbola.

1.4 Perspective

A plane α is orthogonal to π if it contains a line orthogonal to π ; this line has for vanishing the point $F'_{n\pi}$, for which the line f'_α of a plane orthogonal to π contains $F'_{n\pi}$.

In the common reference to a plane α “horizontal” the most invariably understood as ground plane or geometral, if f'_α contains $F'_{n\pi}$, then the picture is “vertical” (Fig. 5); if f'_α doesn't contain $F'_{n\pi}$, then the picture is overturned and can be forward (Fig. 6,a), or backwards (Fig. 6,b); if f'_α is improper, then the picture is “horizontal” (Fig. 7).

Comunemente le “tre” posizioni relative fra piano orizzontale e quadro “generano” altrettante “prospettive” e cioè prospettiva a quadro verticale, a quadro obliquo a quadro orizzontale.

I concetti ed i metodi tuttavia sono indifferenziabili: il piano orizzontale è un piano di riferimento che può essere a qualsiasi quota; denominare la traccia L.T. (Linea di Terra) appare meno appropriato di t_α ; l'altezza di V dal piano orizzontale può assumere un valore qualsiasi, possiamo pensarlo in fondo al pozzo o in orbita; appare meno appropriata la denominazione di linea di orizzonte invece che f'_α ; la distanza di V dal quadro di valore elevato migliora notevolmente la percezione della immagine ed esclude effetti di aberrazione.

La prospettiva A' di A di α si ricava per intersezione fra il raggio proiettante V-A e la prospettiva di una retta che lo contiene; può trattarsi della n (Fig. 5) o della p (Fig. 6,a,b) o della n (Fig. 7).

Commonly the “three” relative positions between horizontal plane and picture plane “generate” same number of “perspectives”: vertical picture, oblique picture and horizontal picture perspective.

The concepts and methods, however, are indistinguishable: the horizontal plane is a plane of reference that can be at any height; name the trace G.L. (Ground Line) seems less appropriate than t_α ; the height of V from the horizontal plane can assume any value, we can think it at the bottom of the well or in orbit; the name of horizon line seems less appropriate instead of f'_α ; the distance of V from the picture of high value greatly enhances the perception of the image and excludes the effects of aberration.

The perspective A' of A of α is obtained by intersection between the projecting ray V-A and the perspective of a line that contains it; it may be the n (Fig. 5) or p (Fig. 6,a,b) or n (Fig. 7).

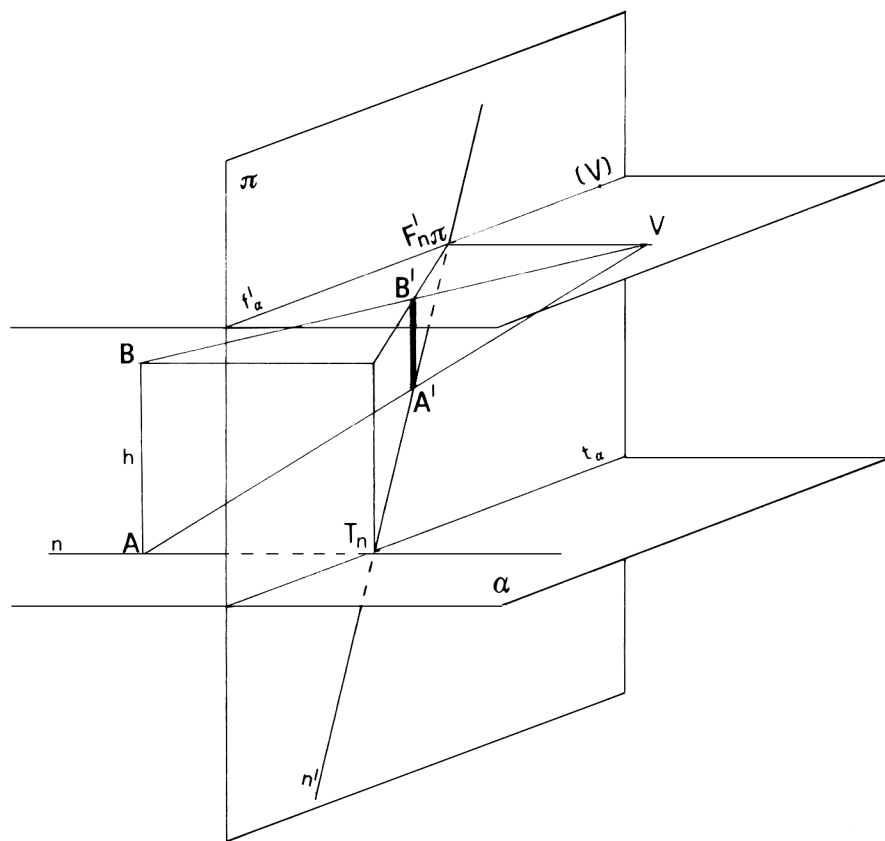
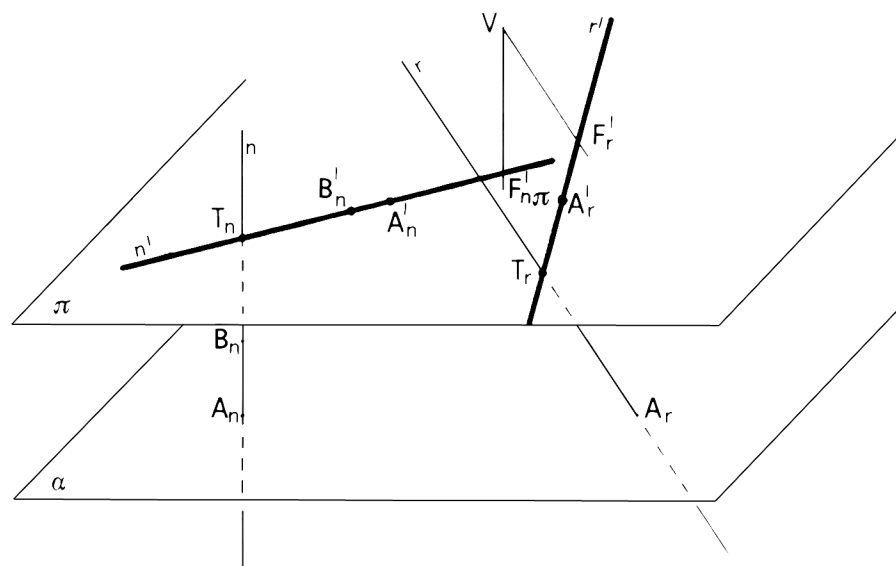
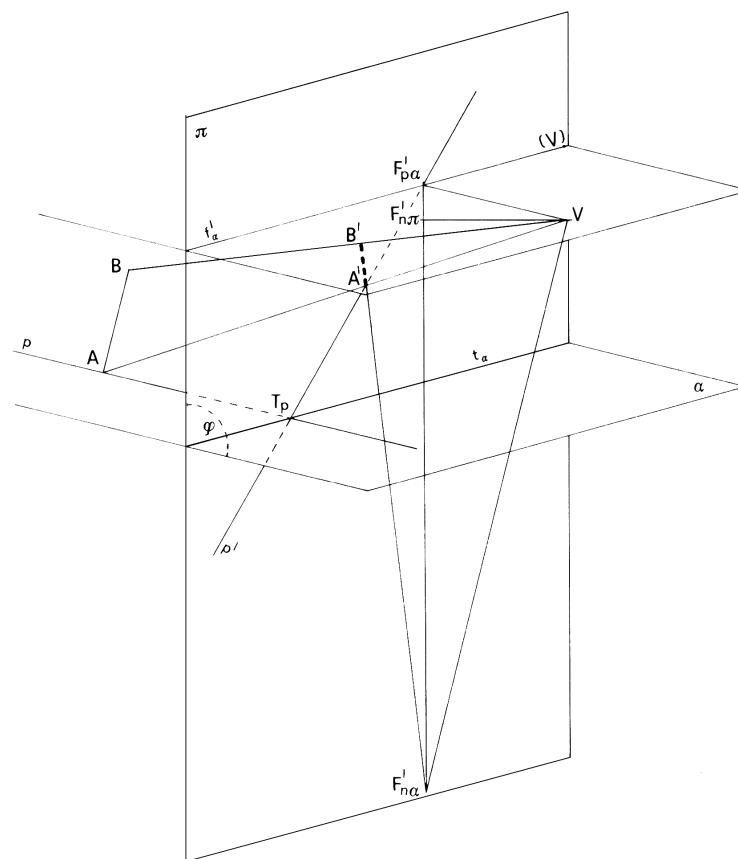
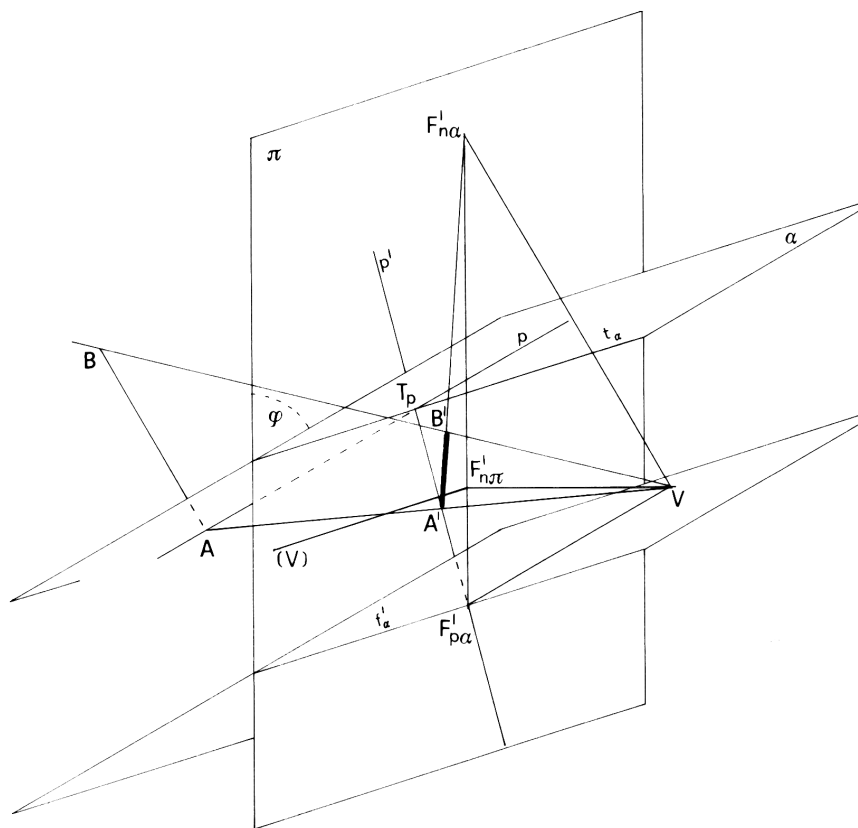


Fig. 5



Poiché per un punto P di α possono condursi infinite rette di α , per ciascuna delle quali si sa determinare da V il relativo punto di fuga, l'unica prospettiva P' di P su π può ricavarsi utilizzando infinite coppie di quelle rette, cioè per infinite vie. Appare poco appropriato, se per occasionale convenienza, si decidesse di utilizzare sempre e solo un punto di fuga, o due, o (persino) tre, concludere che si è eseguita la prospettiva ad un solo punto di fuga, o a due punti, o a tre, come dire che non saremmo liberi di usare un altro punto di fuga in quel momento vantaggioso.

1.5 Prospettiva dal ribaltamento

Per operare sul quadro occorre definirlo, nel senso che deve essere assegnato un insieme di elementi che consenta la ricostruzione spaziale degli assetti rappresentati in proiezione, per esempio ubicare $F'_{n\pi}$ e dare un valore grafico a dV riportandolo in $F'_{n\pi}-(V)$ in posizione comunque ribaltata.

Poi si stabilisce l'angolo fra il quadro ed il piano α di riferimento delle figure di base, piano che di solito intendiamo orizzontale.

1.5.1 $\varphi = 90^\circ$

Sia α ortogonale a π ; f'_α contiene $F'_{n\pi}$ (Fig. 8).

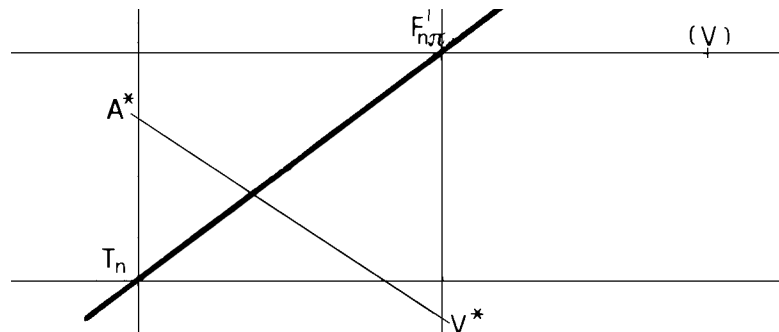


Fig. 8

Since for a point P of α can be drawn infinite lines of α , for each of which is known to determine from V the relative vanishing point, the only perspective P' of P over π can be obtained using infinite pairs of those lines, that is, for infinite ways. It seems inappropriate if, for occasional convenience, we decided to always use only one vanishing point, or two, or (even) three, concluding that we made the perspective to only one vanishing point, or the, or three, like to say that we would not be free to use another vanishing point advantageous at that time.

1.5 Perspective by overturning.

To operate on the picture we need to define it, in that it must be assigned a set of elements which allows the spatial reconstruction of the arrangements represented in projection, for example place $F'_{n\pi}$ and give a graphic value to dV reporting it into $F'_{n\pi}-(V)$ in position overturned in any way.

Then you determine the angle between the picture and the plane α of reference of the figure of the base, plane that we usually mean horizontal.

1.5.1 $\varphi = 90^\circ$

We consider α orthogonal to π ; f'_α contains $F'_{n\pi}$ (Fig. 8).

Se del piano α è assegnata una retta n di massima pendenza di α rispetto a π e cioè ortogonale al quadro, nota la eccentricità della traccia ed individuatane la collocazione in T_n su t_α , la prospettiva n' della n congiunge T_n con $F'_{n\pi}$.

Ma per il riporto prospettico di punti della n sulla n' , occorre in qualche modo avere la punteggiata n su π .

Si opera allora un ribaltamento; con riferimento alla fig.5 pensiamo di ruotare α intorno alla traccia t_α in modo che il semipiano posteriore, quello dietro a π , si ritrovi al di sopra di t_α ; si ruoti nello stesso verso il piano $V-f'_\alpha$ intorno ad f'_α in modo che $F'_{n\pi}-V$ si porti in $F'_{n\pi}-V^*$.

La retta n si dispone in n^* , ortogonale in T_n alla t_α ed il punto A si porta in A^* essendo A^*-T_n la distanza di A dalla t_α ed in questo caso anche la distanza dal quadro.

Il raggio spaziale proiettante $V-A$ non si ribalta poiché non appartiene ai piani ribaltati; tuttavia gli allineamenti fra V, A', A ricompaiono in V^*, A', A^* .

Questo consente di ricavare A' noto A^* e viceversa; si noti che le rette del campo con l'asterisco e le corrispondenti del campo con apice, cioè del ribaltato e del prospettico, si incontrano sempre sulla t_α , mentre i punti corrispondenti dei due campi sono sempre allineati con V^* .

Si tratta delle proprietà della omologia; fra il piano ribaltato e la relativa prospettiva esiste allora una omologia, il cui centro è V^* ed il cui asse è t_α .

E' importante ricordare ancora che punti corrispondenti stanno su rette corrispondenti, e rette corrispondenti passano per punti corrispondenti.

Utilizzando le predette vie si perviene alla prospettiva di qualsiasi figura di α assegnata sul piano α ribaltato su π .

1.5.2 $\varphi < 90^\circ$

Sia α inclinato di φ su π con $\varphi < 90^\circ$; sia f'_α orizzontale e non passante per $F'_{n\pi}$.

If we assign a line n of the plane α of maximum slope in respect to π , that is orthogonal to the picture, known the eccentricity of the trace and having identified the location in T_n on t_α , the perspective n' of n joins T_n with $F'_{n\pi}$.

But for the perspective reporting of points of n on n' , we somehow have the dotted n on π .

We make then an overturning; with reference to fig.5 we think to turn α around the trace t_α so that the rear half-plane, the one behind π , finds itself above t_α ; we turn in the same towards the plane $V-f'_\alpha$ around f'_α so that $F'_{n\pi}-V$ leads itself into $F'_{n\pi}-V^*$.

The line n is arranged into n^* , orthogonal in T_n to t_α and the point A leads itself into A^* being A^*-T_n the distance of A from t_α and in this case also the distance from the picture.

We don't overturn the projecting spatial ray $V-A$ because it doesn't belong to the overturned planes; however the alignments between V, A', A reappear into V^*, A', A^* .

This allows to obtain A' knowing A^* and vice versa; note that the lines of the field with the asterisk and the corresponding ones of the field with apex, ie the ones of the overturning and the ones of the perspective, they always meet each others on t_α , while the corresponding point of the two fields are always aligned with V^* .

These are the properties of homology; between the plane overturned and the relative perspective exists then an homology, whose center is V^* and whose axis is t_α .

It's important to remember again that corresponding points lie on the corresponding lines, and corresponding lines pass through corresponding points.

Using the above way we obtain the perspective of any figure of α assigned on the plane α overturned over π .

1.5.2 $\varphi < 90^\circ$

Let α inclined of φ over π with $\varphi < 90^\circ$; let f'_α horizontal and not passing through $F'_{n\pi}$.

Con riferimento alla Fig.6,a si consideri il piano γ proiettante ortogonale ad α ed a π .

Tale piano contiene il triangolo $F'_{p\alpha}$ -V- $F'_{n\alpha}$ rettangolo in V, nel quale $F'_{n\alpha}$ -V è la ortogonale per V alla traccia di γ , e cioè alla $t_\gamma \equiv f'_\gamma$ congiungente $F'_{n\alpha}$ - $F'_{n\pi}$ - $F'_{p\alpha}$.

Se ribaltiamo γ su π ruotando intorno ad f'_γ si evidenzia come ricavare $F'_{p\alpha}$ ed $F'_{n\alpha}$ quando siano assegnati $F'_{n\pi}$, $F'_{n\pi}$ -(V), φ , t_α (Fig. 9).

Da (V) si conduca la retta inclinata di φ su f'_γ individuando $F'_{p\alpha}$ che è il punto di fuga delle rette p di α ortogonali a t_α e di massima pendenza rispetto a π .

Ribaltando α su π , per rotazione intorno a t_α , la p si colloca in p^* ortogonale a t_α condotta per T_p .

Il ribaltamento nello stesso verso del piano Vf'_α porta V in V^* ; tale punto si può ottenere con arco di centro $F'_{p\alpha}$ -(V), che è la distanza di V dalla f'_α .

With reference to Fig.6,a consider the projecting plane γ orthogonal to α and to π .

This plane contains the triangle $F'_{p\alpha}$ -V- $F'_{n\alpha}$ rectangle in V, where $F'_{n\alpha}$ -V is the orthogonal through V to the trace of γ , namely to $t_\gamma \equiv f'_\gamma$ joining $F'_{n\alpha}$ - $F'_{n\pi}$ - $F'_{p\alpha}$.

Overturning γ over π rotating around f'_γ we show how to get $F'_{p\alpha}$ and $F'_{n\alpha}$ when they are assigned $F'_{n\pi}$, $F'_{n\pi}$ -(V), φ , t_α (Fig. 9). From (V) we lead the line inclined of φ over f'_γ identifying $F'_{p\alpha}$ which is the vanishing point of the lines p of α orthogonal to t_α and of maximum slope in respect to π .

Overturning α over π , for rotation around t_α , p leads itself into p^* orthogonal to t_α conduct for T_p .

Overturning in the same direction of the plane Vf'_α leads V into V^* ; this point can be obtained with arc in center $F'_{p\alpha}$ -(V), which is the distance of V from f'_α .

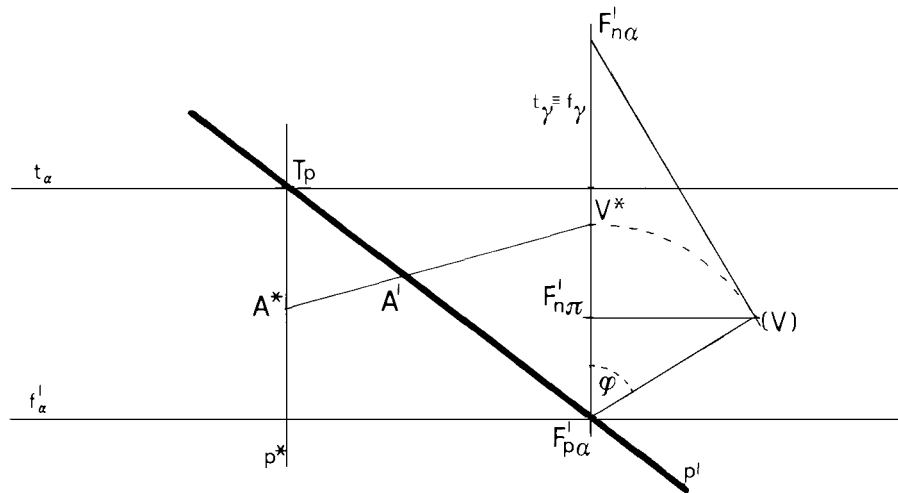


Fig. 9

La prospettiva p' della p assegnata è la congiungente T_p con $F'_{p\alpha}$; la prospettiva A' di A di p assegnata in A^* su p^* è su p' ed è allineato con V^* .

The perspective p' of p assigned is the joining T_p with $F'_{p\alpha}$; the perspective A' of A of p assigned in A^* over p^* is over p' and it's aligned with V^* .

Si osservi che di un punto B^* , può ricavarsi B' utilizzando A^*B^*T e ricavando B' sull'omologa $T-A'$ per intersezione con V^*B^* .

Si osservi ancora che nell'immagine prospettica la deformazione prospettica "demolisce" la normale percezione poiché $A'B'$ sembra ortogonale alla t_α e non lo è, la $A'C'$ sembra inclinata sulla t_α ed invece è ortogonale ad essa.

1.5.4 $\varphi = 0^\circ$

Sia definito (Fig. 11) il quadro con $F'_{n\pi}$ e $dV = F'_{n\pi} - (V)$; si assegni il piano α parallelo al quadro mediante il punto A di una retta ortogonale al quadro di prospettiva a' , di traccia T_a e fuga $F'_{n\pi}$ e contenente A' .

Assegnata la traccia della retta b ortogonale al quadro di traccia T_b e fuga $F'_{n\pi}$, la prospettiva della sua traccia su α è il punto B' ricavato conducendo da A' la parallela alla congiungente T_a-T_b .

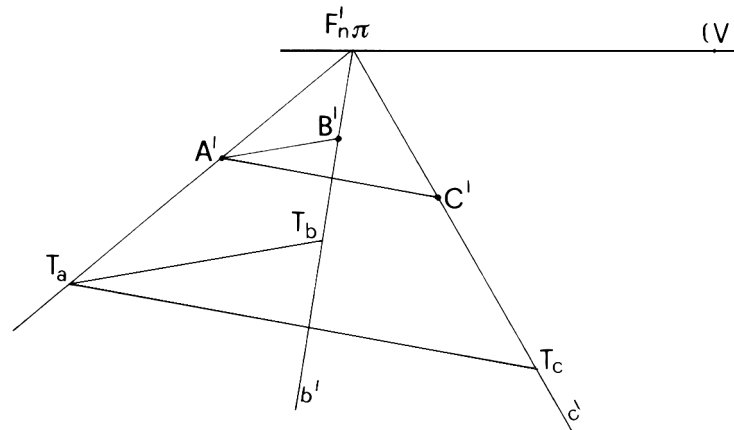


Fig. 11

Inoltre considerato su α un punto C , di prospettiva C' si ricava la traccia T_c sulla $F'_{n\pi}-T_c$ della retta c a cui appartiene il punto C , conducendo la parallela da T_a alla congiungente $A'-C'$.

Ebbene, percettivamente l'apparenza inganna poiché T_bB' sembra più corto di $C'T_c$, quando in realtà sono eguali.

V^* and the homologous A^* . Note that from a point B^* we can obtain B' using A^*B^*T and obtaining B' on the homologous $T-A'$ by intersection with V^*B^* .

Note also that in the perspective image the perspective deformation "demolishes" the normal perception since $A'B'$ seems orthogonal to t_α and it is not, $A'C'$ seems inclined on t_α and instead it's orthogonal to it.

1.5.4 $\varphi = 0^\circ$

Let defined (Fig. 11) the picture with $F'_{n\pi}$ and $dV = F'_{n\pi} - (V)$; we assign the plane α parallel to the picture through the point A of a line orthogonal to the picture with perspective a' , trace T_a and vanishing $F'_{n\pi}$, and containing A' .

Assigned the trace of the line b orthogonal to the picture with trace T_b and vanishing $F'_{n\pi}$, the perspective of its trace on α is the point B' obtained leading from A' the parallel to the joining T_a-T_b .

Furthermore, considered on α a point C with perspective C' we obtain the trace T_c on $F'_{n\pi}-T_c$ of the line c to which the point C belongs, leading the parallel from T_a to the joining $A'-C'$.

Well, perceptually looks can be deceiving since T_bB' looks shorter than $C'T_c$, when in fact they are equal.

Prospettiva diretta

2.1 Elementi

2.1.1 Segmento parallelo al quadro

La Fig. 1,a mostra l'assetto proiettivo spaziale; in essa si seguono le fasi che determinano a' da a , b' da b , A' da A , B' da B .

Si rileva che $A'B'$ è parallelo ad AB ; poiché AB è parallelo a t_α ed a π .

Nella prospettiva su π (Fig. 1,b), la collocazione di AB rispetto a t_α , le fasi che determinano a' da a^* , b' da b^* , ect. sono lette correttamente grazie alle conoscenze già acquisite.

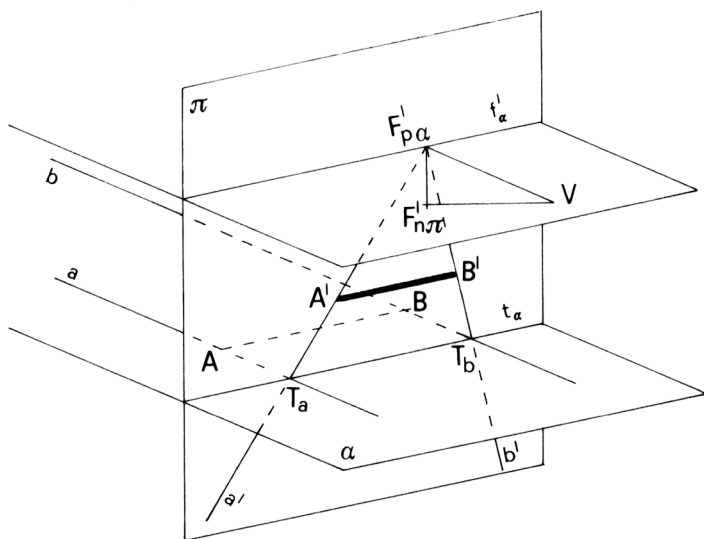


Fig. 1a

Direct perspective

2.1 Elements

2.1.1 Segment parallel to the picture plane

Fig. 1,a shows the spatial projective arrangement; in it are followed the steps that determine a' from a , b' from b , A' from A , B' from B .

Notice that $A'B'$ is parallel to AB , because AB is parallel to t_α and to π .

In the perspective over π (Fig. 1,b), the position of AB in respect to t_α , the steps that determine a' from a^* , b' from b^* , ect. are properly read due to the knowledge already acquired.

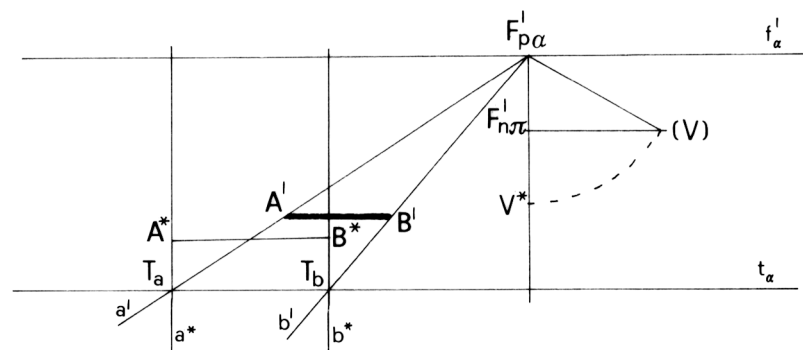


Fig. 1b

2.1.2 Distanza di un segmento parallelo a π da t_α

Se AB (Fig. 2) s'allontana da t_α , A'B' si avvicina ad f'_α e dalla posizione di A'B' rispetto ad f'_α può leggersi la distanza di A'B' (ovvero di AB) da t_α .

Detta d_I la distanza di V da f'_α , ed H_I l'altezza di V da V_α , ovvero la distanza $f'_\alpha - t_\alpha$, se AB è distante d_I da t_α ovvero $2 \times d_I$ da V_α , A'B' risulta distante da f'_α di $H_I/2$; per similitudine di triangoli; e se AB è a $3d$ da V_α , A'B' risulta distante da f'_α di $H_I/3$.

Dunque il rapporto della distanza di $D' = H_I/n$ di A'B' rispetto ad H_I dichiara la distanza di AB da t_α ; per $D'/H_I = 1/n$, la distanza Δ di AB da V_α è $n \times d_I$, e da t_α è $(n-1) \times d_I$.

2.1.3 Scala di lettura alla distanza Δ da t_α di un segmento AB parallelo a π (Fig. 3)

Se A'B' è parallelo ad f'_α , detta D' la sua distanza da f'_α , per il rapporto $D'/H_I = 1/n$ la lunghezza A'B' rispetto ad $AB = T_a - T_b$ è a scala $1/n$, per similitudine.

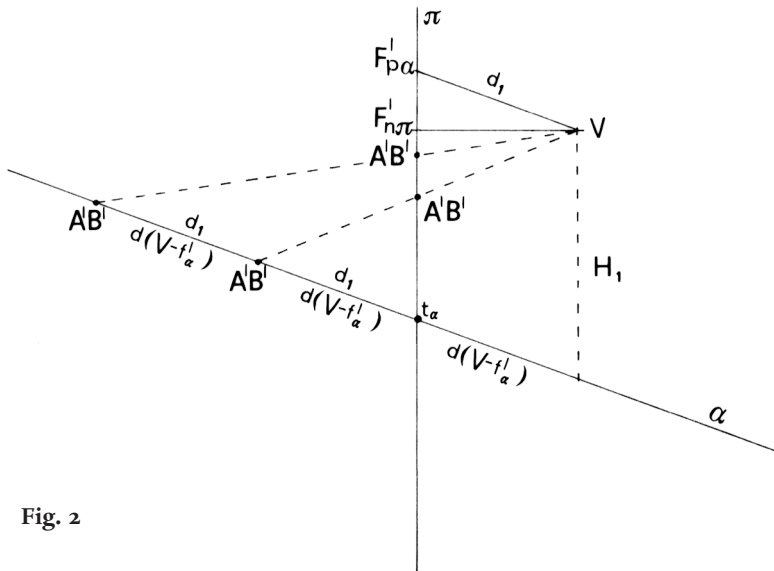


Fig. 2

2.1.2 Distance of a segment parallel to π from t_α

If AB (Fig. 2) moves away from t_α , A'B' approaches f'_α and from the position of A'B' in respect to f'_α can be read the distance of A'B' (ie AB) from t_α .

Called d_I the distance of V from f'_α , and H_I the height of V from V_α , that is the distance $f'_\alpha - t_\alpha$, if AB is distant d_I from t_α that is $2 \times d_I$ from V_α , A'B' is distant $H_I/2$ from f'_α ; for similarity of triangles; and if AB is at $3d$ from V_α , A'B' is distant $H_I/3$ from f'_α .

Therefore the ratio of the distance of $D' = H_I/n$ of A'B' in respect to H_I declares the distance of AB from t_α ; for $D'/H_I = 1/n$, the distance Δ of AB from V_α is $n \times d_I$, and from t_α is $(n-1) \times d_I$.

2.1.3 Reading scale at distance Δ from t_α of a segment AB parallel to π (Fig. 3)

If A'B' is parallel to f'_α , called D' its distance from f'_α , for the ratio $D'/H_I = 1/n$ the length A'B' in respect to $AB = T_a - T_b$ is at $1/n$ scale, for similarity.

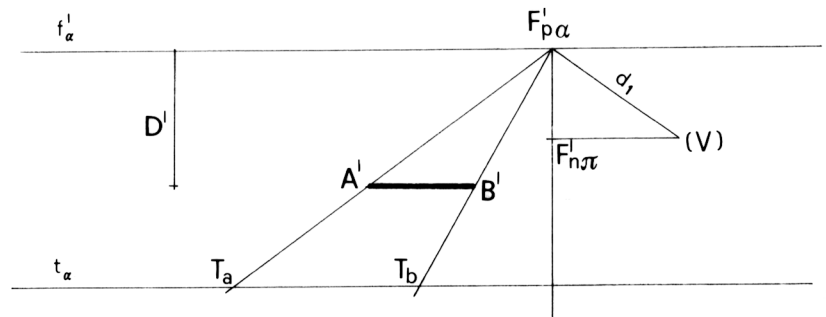


Fig. 3

2.1.4 Operare a grande distanza, con t_α fuori foglio (Fig. 4-a, 4-b, 4-c)

Sia m' la prospettiva di una retta m parallela a t_α posta a distanza $(n-1) \times d_i$ da t_α , e sia X un punto a distanza Δ_x oltre Δ_m , essendo $\Delta_m = (n-1) \times d_i$.

La distanza Δ_x^* riportata alla scala di t_α sulla p^* viene proiettata da V^* sulla p' in $M'X'$.

Tale segmento può ottenersi anche per riporto della Δ_x^* ridotta alla scala di m .

Assegnati M' sulla m' con $D' = H_i/n$, e Δ_x , si ricavi Δ_x/n e si riporti in $M' - X_m^*$; sulla $p' = M' - F_{p\alpha}$ per proiezione da V^* si determina X' , senza fare uso della p^* , della t_α , della Δ_m^* e della Δ_x^* .

2.1.4 Work at a large distance, with t_α outside the sheet (Fig. 4-a, 4-b, 4-c)

Let m' the perspective of a line m parallel to t_α placed at distance $(n-1) \times d_i$ from t_α , and let X a point at distance Δ_x beyond Δ_m , being $\Delta_m = (n-1) \times d_i$.

The distance Δ_x^* reported to the scale of t_α onto p^* is projected from V^* onto p' in $M'X'$.

This segment can be obtained also by reporting the Δ_x^* reduced to the scale of m .

Assigned M' over m' with $D' = H_i/n$, and Δ_x , you get Δ_x/n and report in $M' - X_m^*$; on $p' = M' - F_{p\alpha}$ by projection from V^* you determine X' , without making use of p^* , t_α , Δ_m^* or Δ_x^* .

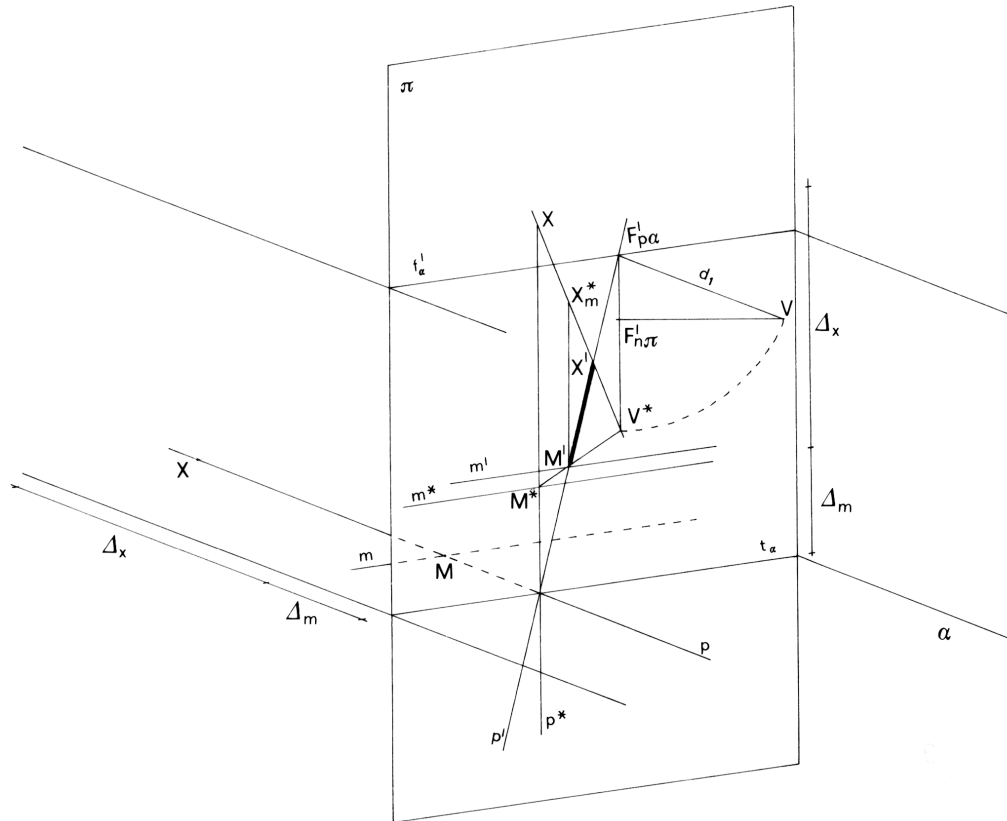


Fig. 4a

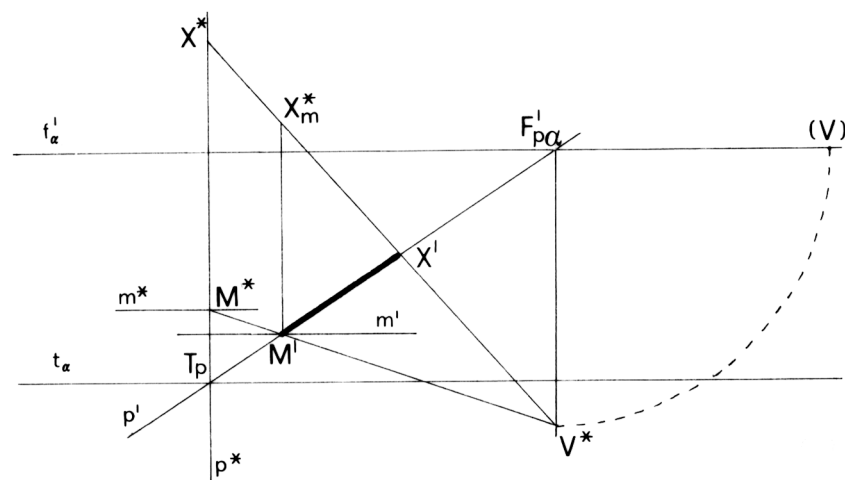


Fig. 4b

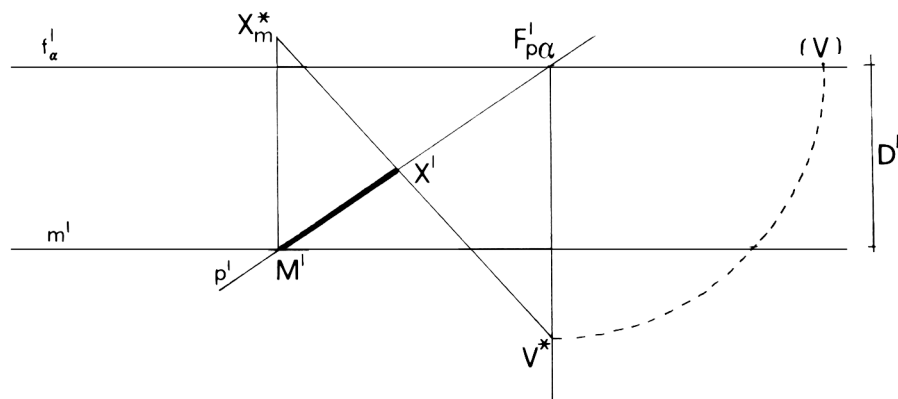


Fig. 4c

2.1.5 Dimensione di un segmento parallelo a t_α , quando t_α è fuori foglio (Fig. 5)

Sia dato l'assetto $F'_{n\pi}, (V), F'_{p\alpha}, m', D', A'B'$; si chiede la dimensione di AB ; si proietta $A'B'$ da un qualsiasi punto di fuga F' di f'_α sulla m' in $l_m = A_m - B_m$; risulta $AB = n \times l_m$.

2.1.5 Size of a segment parallel to t_α , when t_α is outside the sheet. (Fig. 5)

Let given the arrangement $F'_{n\pi}, (V), F'_{p\alpha}, m', D', A'B'$; is requested the size of AB ; you project $A'B'$ from any vanishing point F' of f'_α on m' in $l_m = A_m - B_m$; results $AB = n \times l_m$.

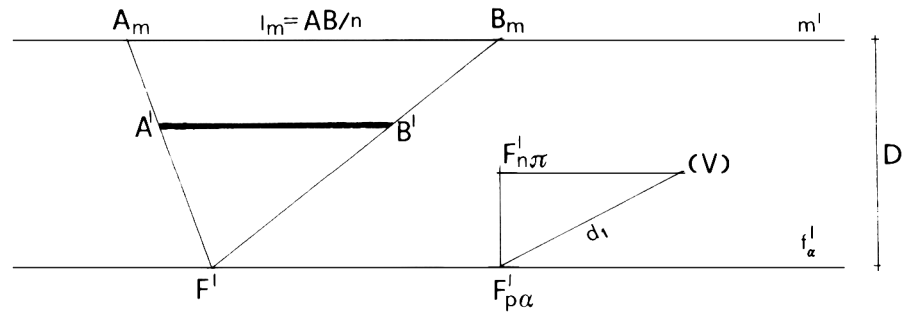


Fig. 5

2.1.6 Spostamento di segmento parallelo a π , lungo la sua retta (Fig. 6)

Se $A'B'$ si sposta dalla posizione 1 alla 2 sulla sua retta, parallela a π , la sua dimensione non cambia, per similitudine di triangoli.

2.1.6 Moving a segment parallel to π , along its line

If $A'B'$ moves from position 1 to 2 along its line, parallel to π , its size doesn't change, for similarity of triangles.

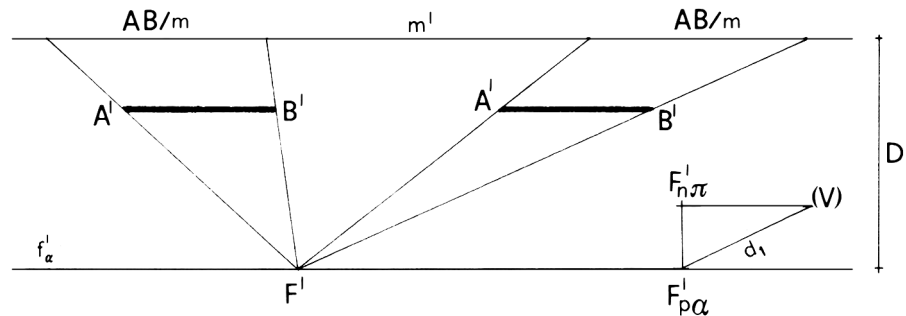


Fig. 6

2.1.7 *Larghezza del campo riportabile sul foglio in funzione della distanza da t_α* (Fig. 7)

Dette L_f , D_f le dimensioni del foglio, L_u la larghezza utile, D_u l'altezza utile, se m' è a distanza D'_m da f'_α , posto $D'_m = H_i/n$, la larghezza rappresentata in m' è $n \times L_u$, ove L_u ha un valore che è funzione della scala $1/s$ adottata per t_α e per dV .

Per esempio, se la scala su π è $1/1$ ed $n=100$ sulla m la scala vale $1/100$ ed una larghezza $A'B'$ sulla m' , pari a 67cm, equivale a 67m.

2.1.7 *Width of the field reportable on the sheet in function of the distance from t_α* (Fig. 7)

Called L_f , D_f the dimensions of the sheet, L_u the usable width, D_u the usable height, if m' is at distance D'_m from f'_α , setted $D'_m = H_i/n$, the width represented in m' is $n \times L_u$, where L_u has a value which is function of the $1/s$ scale adopted for t_α and for dV .

For example, if the scale on π is $1/1$ and $n=100$ on m the scale is $1/100$ and a width $A'B'$ on m' , equal to 67cm, is equivalent to 67m.

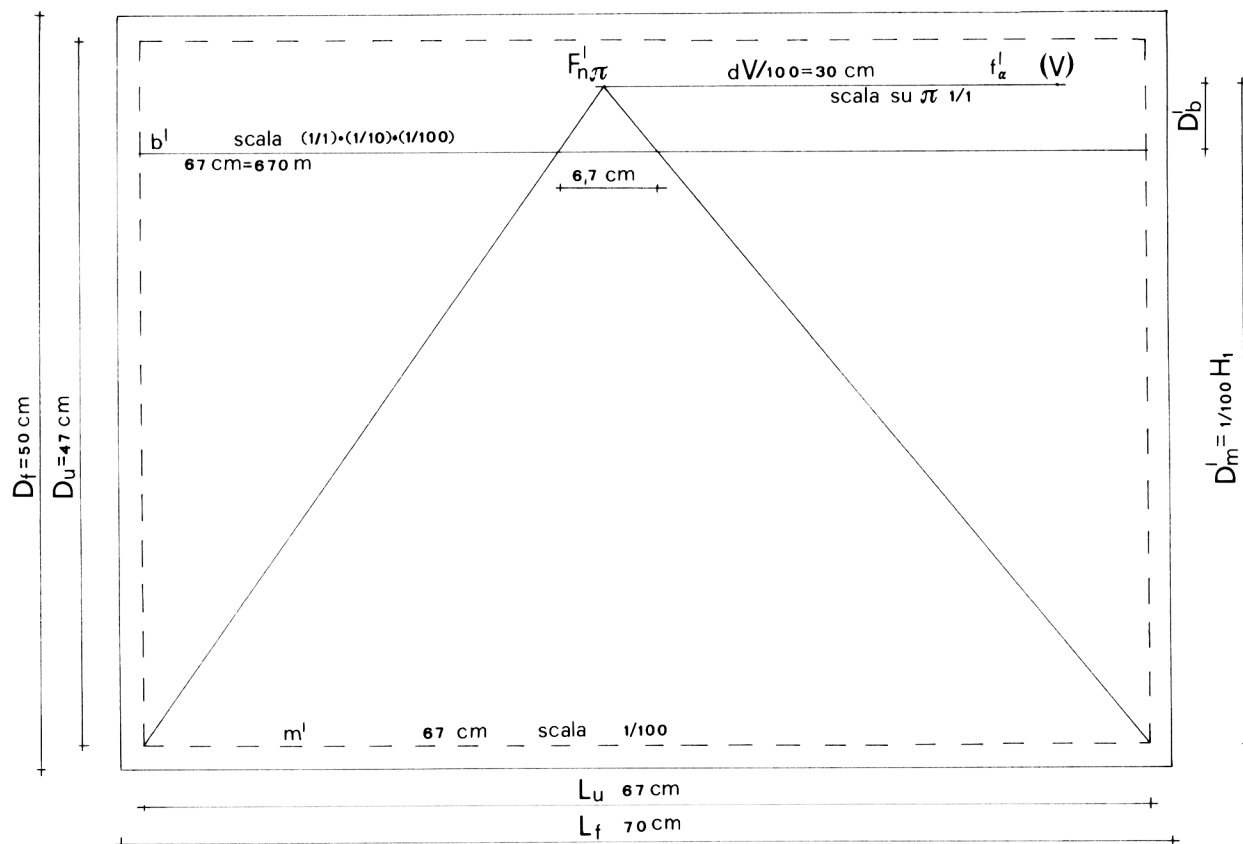


Fig. 7

Posto b' a distanza $D'_b = D'_m / n_b$, la larghezza rappresentabile in m' è $n_b \times n \times L_u$.

Riprendendo l'esempio precedente per $n_b = 10$ la larghezza rappresentabile sulla b' appare di 6,7cm e tutta la larghezza pari a 67cm, rappresenterà un fronte di 670m.

Il campo a-b è un trapezio le cui basi sono $a = n \times L_u$ e $b = n_b \times n \times L_u$ con L_u letta alla scala usata su π cioè alla scala di rappresentazione di $F'_{n\pi} - (V)$. Se $dV = 30m$, può rappresentarsi $(V) / 100$ a 30cm da $F'_{n\pi}$ perché la scala su π è $1 / 1$.

Allora la m dista da $t_\alpha (100-1) \times dV = 99 \times 30 = 2970m$ e la b è $(1000-1) \times 30 = 29970m$ per cui nel campo rettangolare delimitato da $m'-b'$ si rappresenta un trapezio la cui base minore, sulla m , vale 65m, la cui base maggiore, sulla b , vale 650m, la cui altezza vale $29970-2970=27000m$.

L'introduzione di m' al posto di t_α consente di ottenere grandi prospettive di grandi porzioni di territorio, usando su π qualsiasi scala, anche la $1 / 1$.

Placed b' at distance $D'_b = D'_m / n_b$, the width representable in m' is $n_b \times n \times L_u$.

Taking the above example for $n_b = 10$ the width representable on b' appears of 6,7cm and the whole width of 67cm will represent a front of 670m.

The field a-b is a trapezium whose bases are $a = n \times L_u$ and $b = n_b \times n \times L_u$ with L_u read on the scale used on π ie on the scale of representation of $F'_{n\pi} - (V)$. If $dV = 30m$, can be represented $(V) / 100$ at 30cm from $F'_{n\pi}$ because the scale on π is $1 / 1$.

Then m is distant from $t_\alpha (100-1) \times dV = 99 \times 30 = 2970m$ and b is $(1000-1) \times 30 = 29970m$ for which in the rectangular field delimited by $m'-b'$ we represent a trapezium whose minor base, on m , is 65m, whose major base, on b , is 650m, whose height is $29970-2970=27000m$.

The introduction of m' instead of t_α allows to obtain large perspectives of large portions of territory, using on π any scale, even the $1 / 1$.

2.2 Applicazioni

2.2.1 Prospettiva diretta, con grande distanza di V da π (Fig. 8)

Una grande distanza d_i di V da f'_α comporta che (V) e V^* vanno fuori foglio.

Si segni su f'_α un punto di fuga F'_ϵ , al limite del foglio e si imponga che F'_ϵ sia la prospettiva del punto improprio che formi con f'_α l'angolo ϵ , prossimo a 90° .

Ciò equivale a porre V molto lontano da π .

In tal caso, sia AB un segmento parallelo ad f'_α , individuato in A^*B^* relativo ad m' , di cui è nota la $D' = H_1 / n$; la scala di A^*B^* è pari ad $1 / n$ di quella adottata su π .

Seguendo in fig.8, si ricavano a' da a^* e b' da b^* , la A^*A_1 parallela alla c , la $A_1-F'_\epsilon$ che interseca in A' la a' , ed infine la $A'B'$ parallela ad f'_α , con B' su b' .

2.2 Applications

2.2.1 Direct perspective, with large distance of V from π (Fig. 8)

A large distance d_i of V from f'_α implies that (V) and V^* go outside the sheet.

We sign on f'_α a vanishing point F'_ϵ , at the edge of the sheet, and we impose that F'_ϵ is the perspective of the improper point that forms with f'_α the angle ϵ , close to 90° .

This is equivalent to putting V very far from π .

In this case, let AB a segment parallel to f'_α , identified in A^*B^* relative to m' , of which is known $D' = H_1 / n$; the scale of A^*B^* is equal to $1 / n$ of the one adopted on π .

Following in fig.8, are obtained a' from a^* and b' from b^* , A^*A_1 parallel to c , $A_1-F'_\epsilon$ which intersects a' in A' , and finally $A'B'$ parallel to f'_α , with B' on b' .

2.2.3 *Prospettiva di un segmento generico (Fig. 10)*

Sia dato un segmento AB individuato in A^*B^* e relativo ad m' , di cui è nota la $D'=H_I/n$.

Sia F'_ε la fuga della “direzione ε ” e sia A^*A_I di direzione ε ; ad A^*A_I corrisponde $A_I F'_\varepsilon$, ad A^*A_O corrisponde $A_O F'_{p\alpha}$ e si ricavi A' per intersezione.

Se l'intersezione K della A^*B^* con la m' è dentro il foglio, la KA' individua B' sulla $Bo F'_{p\alpha}$.

Se K è fuori foglio si ricavi B_I su m' ; B' è dato dall'intersezione di $B_I F'_\varepsilon$ e $B_O F'_{p\alpha}$.

Se anche B_I è fuori foglio allora si componga A^*B^* in A^*C^* e C^*B^* ; si conduca per C^* la direzione ε , la $C_I - F'_\varepsilon$ individua C' sulla $A_O F'_{p\alpha}$. La parallela ad f'_α condotta per C' ricava B' sulla $Bo F'_{p\alpha}$.

2.2.3 *Perspective of a generic segment (Fig. 10)*

Given a segment AB identified in A^*B^* and relative to m' , of which is known $D'=H_I/n$.

Let F'_ε the vanishing of the “direction ε ” and let A^*A_I with direction ε ; to A^*A_I corresponds $A_I F'_\varepsilon$, to A^*A_O corresponds $A_O F'_{p\alpha}$, and we obtain A' by intersection.

If the intersection K of A^*B^* with m' is inside the sheet, KA' identifies B' on $Bo F'_{p\alpha}$.

If K is outside the sheet we obtain B_I on m' ; B' is the intersection of $B_I F'_\varepsilon$ and $B_O F'_{p\alpha}$.

If also B_I is outside the sheet then we compose A^*B^* in A^*C^* and C^*B^* ; we lead through C^* the direction ε ; $C_I - F'_\varepsilon$ identifies C' on $A_O F'_{p\alpha}$. The parallel to f'_α led through C' obtains B' on $Bo F'_{p\alpha}$.

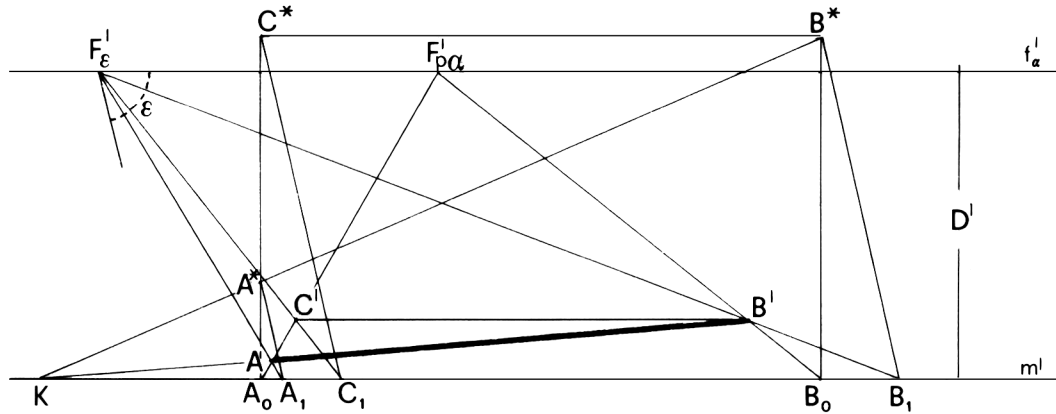


Fig. 10

2.2.4 *Prospettiva diretta e frazionata del territorio (Fig. 11)*

Si voglia rappresentare, su foglio 70x50, una zona di città usando una cartografia al 2.000.

Si ponga $F'_{p\alpha} - V^* = 300$ mm e si usi su π la scala 1/1.

2.2.4 *Direct and fractional perspective of the territory (Fig. 11)*

Let us want to represent, on sheet 70x50, an area of town using a cartography at 2.000.

We set $F'_{p\alpha} - V^* = 300$ mm and we use on π the 1/1 scale.

Si riferisca la cartografia ad m' ; scelto $D'_m = H_I / 2.000 = 350\text{mm}$ risulta $H_I = 350 \times 2.000 = 700.000\text{mm} = 700\text{m}$.

La zona $A^*B^*C^*D^*$ è larga $600 \times 2.000 = 1.200.000\text{ mm} = 1.200\text{ m}$, e profonda $400 \times 2.000 = 800.000\text{mm} = 800\text{m}$, equivalente ad una superficie di $1.200 \times 800 = 960.000\text{ mq} = 96\text{ ha}$, e cioè nel suddetto campo si può rappresentare ribaltata una zona della cartografia pari alla predetta superficie.

La linea A^*B^* è a $(2.000-1) \times 300\text{ mm} = 1.999 \times 300 = 59.970\text{ mm} = 59,97\text{ m}$.

Il rettangolo $A^*B^*C^*D^*$ verrà rappresentato nel trapezio $A'B'C'D'$, e resteranno liberi da rappresentazione prospettica i triangoli $A'D'A'_2$ e $B'C'B'_2$.

In un'immagine fotografica rettangolare il campo rappresentato non corrisponde ad una zona rettangolare, bensì ad una zona trapezia più larga in profondità.

Alla distanza di $m'_I = A'_ID'_IC'_IB'_I$ posta a $D'_m / 2$ la scala è al 4.000. Volendo riempire lo spazio $A'D'A'_2$, si ribalti intorno ad m'_I a scala al 4.000; la $A'D'_ID'F'_{p\alpha}$ si ribalta ortogonale per D'_I ad $f'\alpha$ e si ricavano A^*_2, D^*_2, A^*_3 .

Al triangolo $A^*D'_IA'_2$ corrisponde il triangolo $A^*_2D^*_2A^*_3$, con $A^*_IA^*_4A^*_3$ fuori foglio.

Ciò significa che potrà riempirsi il quadrilatero $A^*D'A'_5A'_IA^*$ e resterà ancora libero il triangolo $A^*_IA'_5A'_2$.

Può ancora ribaltarsi intorno ad una m'_2 con $D'_{m2} = 1/2 \times D'_{m1}$, a scala $1/8.000$.

I successivi ribaltamenti possono essere realizzati con colori diversi in sovrapposizione, oppure essere eseguiti su fogli trasparenti separati.

Più piccola è la scala, meno preciso è il risultato prospettico, per cui non è conveniente lavorare in unica soluzione per esempio a scala $1/8.000$.

Si osservi che fino a quando è richiesta la prospettiva della planimetria non è necessario stabilire l'angolo φ né $F'_{n\pi}$, il quale, in ogni caso, dovrà ricadere entro $F'_{p\alpha} - V^*$.

We refer the cartography to m' ; choosen $D'_m = H_I / 2.000 = 350\text{mm}$ results $H_I = 350 \times 2.000 = 700.000\text{mm} = 700\text{m}$.

The zone $A^*B^*C^*D^*$ is large $600 \times 2.000 = 1.200.000\text{ mm} = 1.200\text{ m}$, and deep $400 \times 2.000 = 800.000\text{mm} = 800\text{m}$, equivalent to an area of $1.200 \times 800 = 960.000\text{ mq} = 96\text{ ha}$, namely in the aforesaid field we can represent overturned a zone of the cartography equal to the aforesaid area.

The line A^*B^* is at $(2.000-1) \times 300\text{ mm} = 1.999 \times 300 = 59.970\text{ mm} = 59,97\text{ m}$.

The rectangle $A^*B^*C^*D^*$ will be represented in the trapezium $A'B'C'D'$, and will remain free from perspective representation the triangles $A'D'A'_2$ and $B'C'B'_2$.

In a rectangular photographic image the field represented doesn't correspond to a rectuangular zone, but to a trapezoidal zone larger in depth.

At the distance $m'_I = A'_ID'_IC'_IB'_I$ placed at $D'_m / 2$ the scale is at 4.000.

Wanting to fill the space $A'D'A'_2$, we overturn around m'_I at scale at 4.000; $A'D'_ID'F'_{p\alpha}$ is overturned orthogonal for D'_I to $f'\alpha$ and we obtain A^*_2, D^*_2, A^*_3 .

To the triangle $A^*D'_IA'_2$ correspondes the triangle $A^*_2D^*_2A^*_3$, with $A^*_IA^*_4A^*_3$ outside the sheet.

This means that can be filled the quadrilateral $A^*D'A'_5A'_IA^*$ and will remain still clear the triangle $A^*_IA'_5A'_2$.

Can still overturn around m'_2 with $D'_{m2} = 1/2 \times D'_{m1}$, at $1/8.000$ scale.

The following overturnings can be made with different colours in superposition, or be executed on distinct transparent sheets. The smaller is the scale, the less accurate is the perspective result, so it isn't convenient to work in a single solution for example at $1/8.000$ scale.

Note that until the request is the perspective of the planimetry is not necessary to set the angle φ nor $F'_{n\pi}$, which, in any case, must fall within $F'_{p\alpha} - V^*$.



Fig. 11

Riporto in quota

3.1 Le verticali su quadro orizzontale

Si premette che il punto di fuga $F'_{n\alpha}$ delle rette ortogonali ad α coincide con $F'_{n\pi}$, quando il piano orizzontale α è parallelo a π , è improprio quando il piano orizzontale è ortogonale a π , altrimenti è il vertice del triangolo $F'_{p\alpha}$ -(V)- $F'_{n\alpha}$, rettangolo in (V). In quest'ultimo caso, $F'_{n\alpha}$ può ricadere dentro il foglio o, più frequentemente, fuori foglio.

Sia assegnato π orizzontale ($F'_{n\pi}$, dV) con dV piccolo o grande; la quota relativa di α orizzontale rispetto a π può essere positiva o negativa, piccola o grande, nulla.

La vista, dal basso o dall'alto, è influenzata dal piano limite λ , condotto per V parallelo a π .

3.1.1 Quadro a quota h_A . (Fig. 1)

Assegnati $F'_{n\pi}$, dV, e la base superiore σ di un edificio alto h_A , nella vista dall'alto si evidenziano gli spigoli verticali perché la loro prospettiva converge in $F'_{n\pi}$ e gli spigoli orizzontali, della σ che è posta a quota zero relativa a π , per cui $B^* = T_\alpha$.

Si ribalti secondo una direzione qualsiasi $F'_{n\pi}$ -V in $F'_{n\pi}$ -V*; si ribalti nella stessa direzione lo spigolo A-B = h_A in B^* -A*.

La prospettiva A' è su V*A* e su B*- $F'_{n\pi}$ essendo A*-B* pari ad h_A e parallela ad $F'_{n\pi}$ -V*.

Report in height

3.1 Verticals on horizontal picture plane

We premise that the vanishing point $F'_{n\alpha}$ of the lines orthogonal to α coincides with $F'_{n\pi}$, when the horizontal plane α is parallel to π , it's improper when the horizontal plane is orthogonal to π , otherwise it's the vertex of the triangle $F'_{p\alpha}$ -(V)- $F'_{n\alpha}$, rectangle in (V).

In the latter case, $F'_{n\alpha}$ may fall within the sheet or, more frequently, outside the sheet.

Let assign π horizontal ($F'_{n\pi}$, dV) with dV small or large; the relative height of α horizontal in respect to π can be positive or negative, small or large, zero.

The view, from below or from above, is affected by the limit plane λ , led through V parallel to π .

3.1.1 Picture plane at height h_A . (Fig. 1)

Assigned $F'_{n\pi}$, dV, and the superior base σ of a building tall h_A , in the view from above the vertical edges stand out because their perspective converges in $F'_{n\pi}$ and the horizontal edges, of σ which is placed at height zero relative to π , so $B^* = T_\alpha$.

We overturn in any direction $F'_{n\pi}$ -V in $F'_{n\pi}$ -V*; we overturn in the same direction the edge A-B = h_A in B^* -A*.

The perspective A' is on V*A* and on B*- $F'_{n\pi}$ being A*-B* equal to h_A and parallel to $F'_{n\pi}$ -V*.

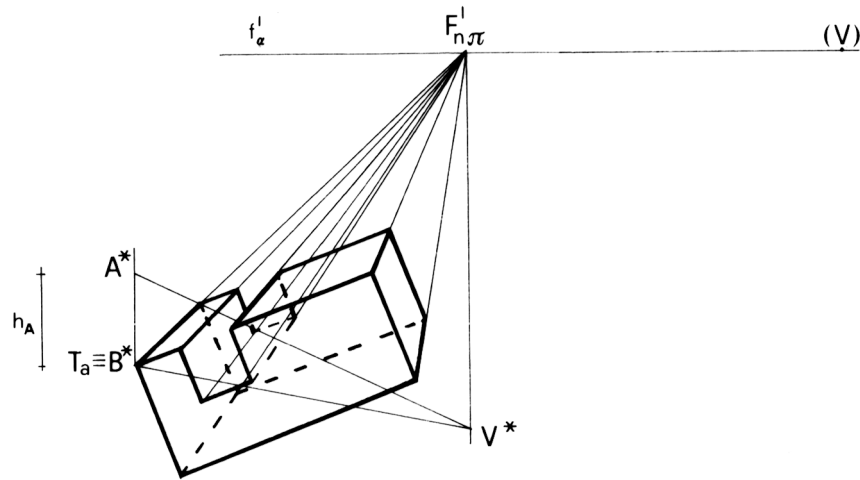


Fig. 1

Nella vista dal basso gli spigoli nell'immagine non cambiano, purché sia data la base inferiore σ dell'edificio su π .

Qualsiasi particolare verrebbe ridisegnato; di una finestra, per esempio, prima si poteva evidenziare il davanzale, dopo invece è visibile l'architrave; nel primo caso si guarda il tetto, nel secondo potrebbe evidenziarsi lo schema distributivo di muri e tramezzi divisorii degli ambienti alla quota di imposta dell'edificio.

La stessa immagine può servire a mostrare la fascia del piano n-esimo o la fascia di un gruppo di piani, per cui il piano di riferimento orizzontale α non è il piano geometrico di classica memoria; il disegno appare libero da vincoli improduttivi.

Si osservi che l'oggetto rappresentato, rispetto a V, si sviluppa al di là di π .

3.1.2 Quadro a quota superiore all'altezza dell'edificio (Fig. 2)

Concettualmente non è cambiato alcunché; infatti, seguendo la figura, si evidenzia la determinazione di A' e di B'; la pianta

In the view from below the edges in the image don't change, provided that is given the inferior base σ of the building on π . Any particular would be redrawn; of a windows, for example, before we could highlight the sill, after is instead visible the architrave; in the first case we see the roof, in the second might stand out the distribution scheme of walls and the partition walls of the rooms at the impost level of the building.

The same image can serve to show the end of the plane n-th or the end of a group of planes, for which the plane of horizontal reference α isn't the geometral plane of classical memory; the drawing appears free from unproductive constrains.

Note that the object represented, in respect to V, develops beyond π .

3.1.2 Picture plane at a height above the height of the building (Fig. 2)

Conceptually nothing has changed; indeed, following the figure, we can highlight the determination of A' and B'; the plan

su π è la traccia dei piani verticali perimetrali dell'edificio; A^* è sul perimetro a quota nulla rispetto ad α , B è sul perimetro di imposta della copertura, a quota h_A rispetto ad α ed a Δ rispetto a π . L'immagine dell'edificio può farsi scorrere in avvicinamento o in allontanamento dal quadro, al di là o al di qua, spostando A^*-B^* sulla T_a-B^* , variando Δ . La retta B^*-T_a si sviluppa al di là di π , ovvero di T_a , rispetto a V ovvero ad $F'_{n\pi}-V^*$ ma può scorrere al di qua di π ovvero di T_a .

Ci si rende conto che B può raggiungere la quota pari a quella di V , ovvero risultare $T_a-B = F'_{n\pi}-V^*$ ed in tal caso B' va all'infinito e l'immagine appare aperta.

on π is the trace of the vertical planes of the building perimeter; A^* is on the perimeter at null height in respect to α , B is on the impost perimeter of the cover, at height h_A in respect to α and at Δ in respect to π . We can slide the image of the building toward or away from the picture plane, beyond or this side of, moving A^*-B^* on T_a-B^* , varying Δ . The line B^*-T_a develops beyond π , that is of T_a , in respect to V that is to $F'_{n\pi}-V^*$ but it may slide this side of π that is of T_a .

One realize that B may reach the height equal to that of V , that is result $T_a-B = F'_{n\pi}-V^*$ and in this case B' goes to infinity and the image appears open.

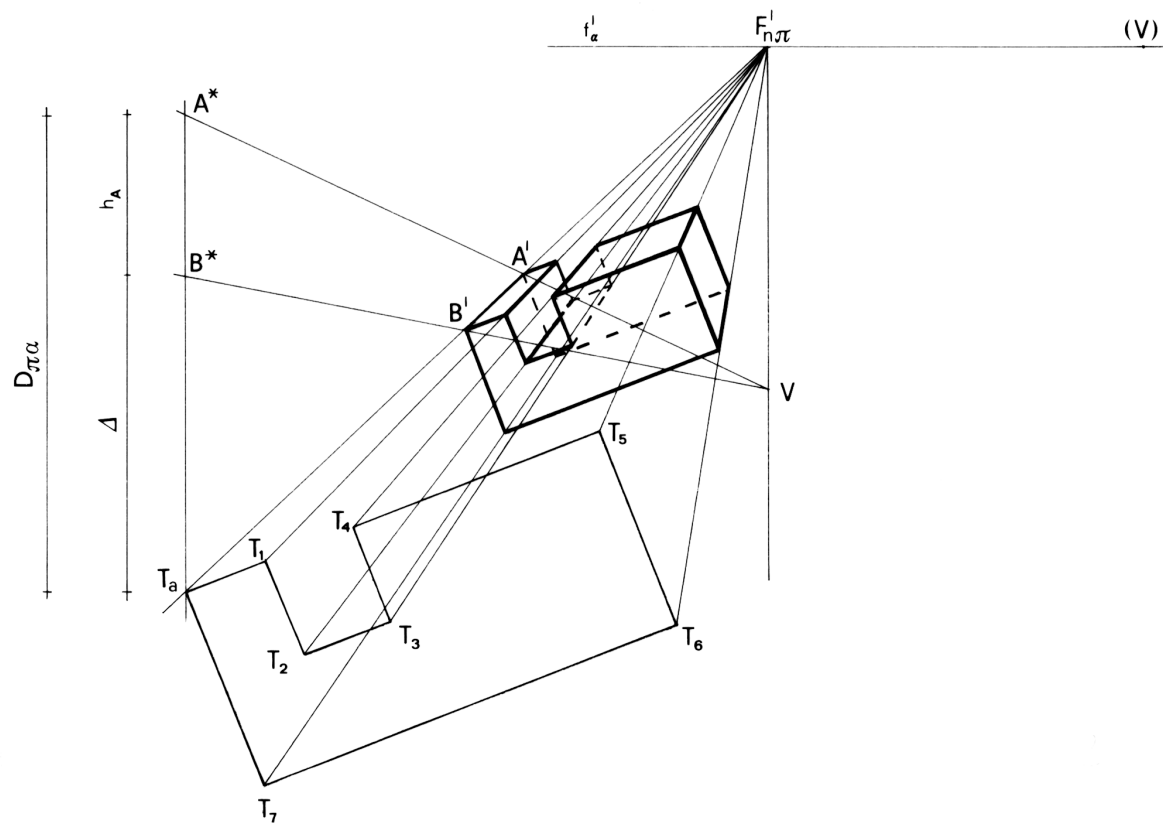


Fig. 2

3.1.3 Quadro a quota nulla

Il piano orizzontale di riferimento α coincide con π per cui T_a coincide con A, piede dello spigolo verticale A-B, che si sviluppa dallo stesso lato di V, rispetto a π .

Per $A-B^*=h_A < dV$ (Fig. 3,a) l'immagine rivela la sua genesi.

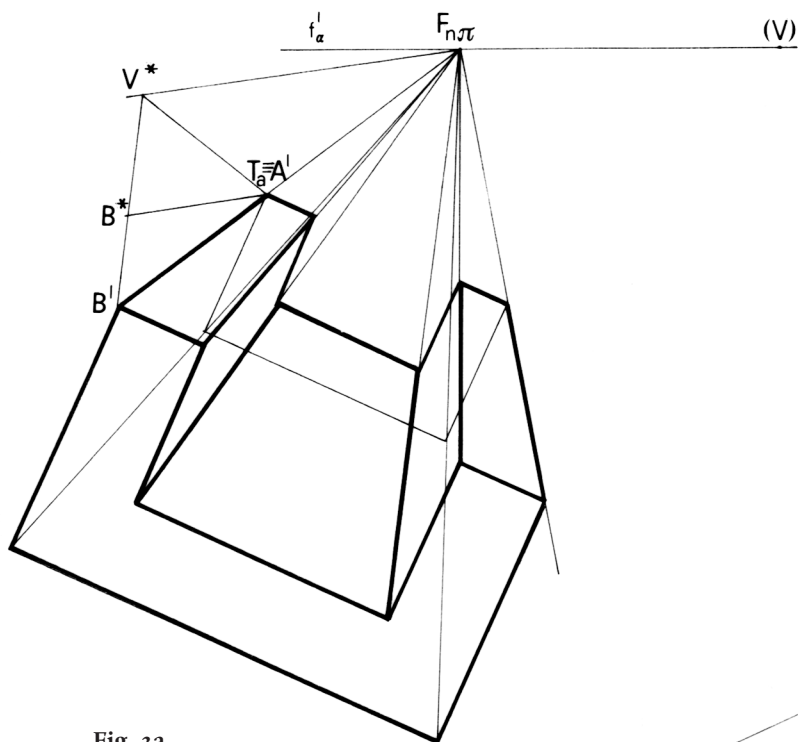


Fig. 3a

3.1.3 Picture plane at null height

The horizontal reference plane α coincides with π so T_a coincides with A, foot of the vertical edge A-B, which develops on the same side of V, in respect to π .

For $A-B^*=h_A < dV$ (Fig. 3,a) the image reveals its genesis.

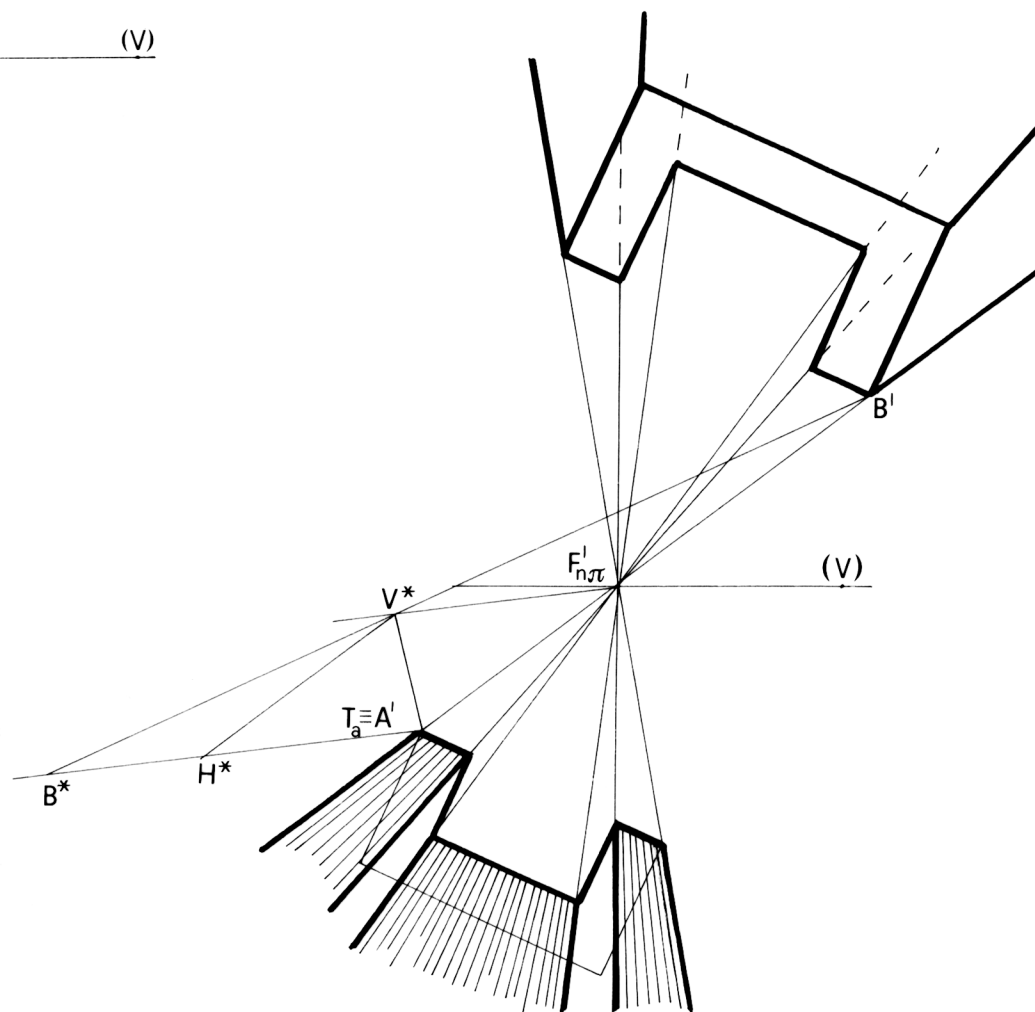


Fig. 3b

Per $h_A > dV$, la prospettiva B' di B nella realtà fisica è immaginaria (Fig. 3,b); l'edificio è intersecato dal piano limite λ alla quota $T'_a - H^* = F'_{n\pi} - V^*$; la prospettiva H'_∞ di H è un punto improprio che, per così dire, spezza la prospettiva $T'_a - H'_\infty$ da $H'_\infty - B'$.

La parte immaginaria alle spalle dell'osservatore V appare invertita; la “vista” dall'alto della copertura dell'edificio, è una falsa prospettiva reale poiché la copertura dell'edificio si percepisce più vicina e più piccola.

For $h_A > dV$, the perspective B' of B in the physical reality is imaginary (Fig. 3,b); the building is intersected by the limit plane λ at the height $T'_a - H^* = F'_{n\pi} - V^*$; the perspective H'_∞ of H is an improper point that, so to speak, divides the perspective $T'_a - H'_\infty$ from $H'_\infty - B'$. The imaginary part behind the observer V appears inverted; the “view” from the roof of the building is a false real perspective because the roof of the building is perceived closer and smaller.

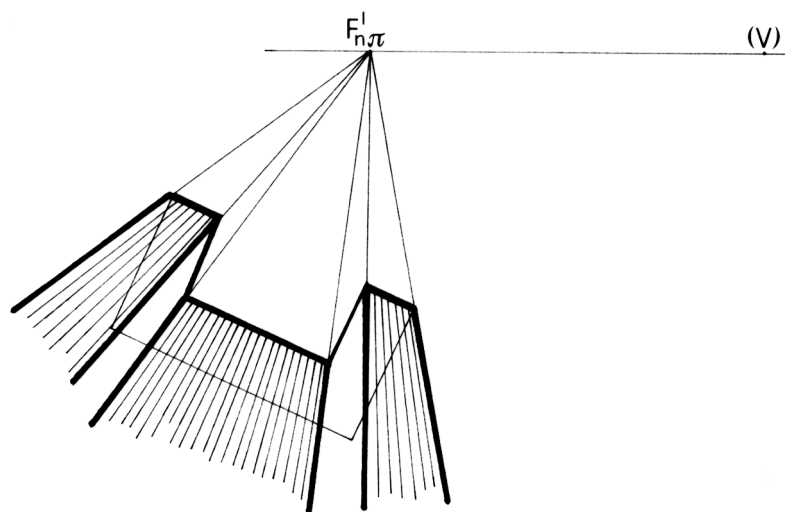


Fig. 3c

Si tratterebbe di una lettura completamente errata, appoggiata ad una apparenza, fuorviante, una specie di antiprospectiva. Pertanto, è opportuno (Fig. 3,c) rappresentare la sola parte, che dal perimetro di base si sviluppa e si allarga in quota, restando aperta.

This would be a completely wrong reading, backed on an appearance, misleading, a sort of antiperspective. Therefore, it's opportune (Fig. 3,c) represent the only part that from the base perimeter develops and extends in height, remaining open.

3.1.4 Imposta a quota variabile (Fig. 4)

Il piano orizzontale α ha quota nulla e coincide con π . La h^* di traccia T'_a e parallela a $F'_{n\pi} - V^*$ riporta le quote di im-

3.1.4 Impost at variable height (Fig. 4)

The horizontal plane α has null height and coincides with π . h^* with trace T'_a and parallel to $F'_{n\pi} - V^*$ reports the impost heights

sta $T_a-A_1^*=o$ dell'edificio 1, $T_a-A_2^*$ del 2, $T_a-A_3^*$ del 3; proiettando da V^* sulla $F'_{n\pi}-A_1'$ si ottengono B_2' e B_3' .

La linea di imposta dell'edificio 1 a livello di A_1 coincide con il lato della base indicato con $S_1'-S_1'$; da A_2' si conduca la parallela ad $A_1'-S_1'$; da A_3' si conduca la parallela ad $A_1'-S_1'$ ricavando $S_3'-A_3'$. La proiezione V^*-B_3' , V^*-B_1' , V^*-B_2' individuano $B_3'-B_2'-B_1'$.

Con le parallele ad $A_1'-S_1'$ si ricavano: da B_3' la $H_3'-B_3'$, da B_1' la $H_1'-H_1'$, da B_2' la $H_2'-H_2'$.

Con riferimento ai lati di base, per parallele si individuano i restanti vertici e spigoli in vista sulle proiettanti da $F'_{n\pi}$ condotte per i vertici

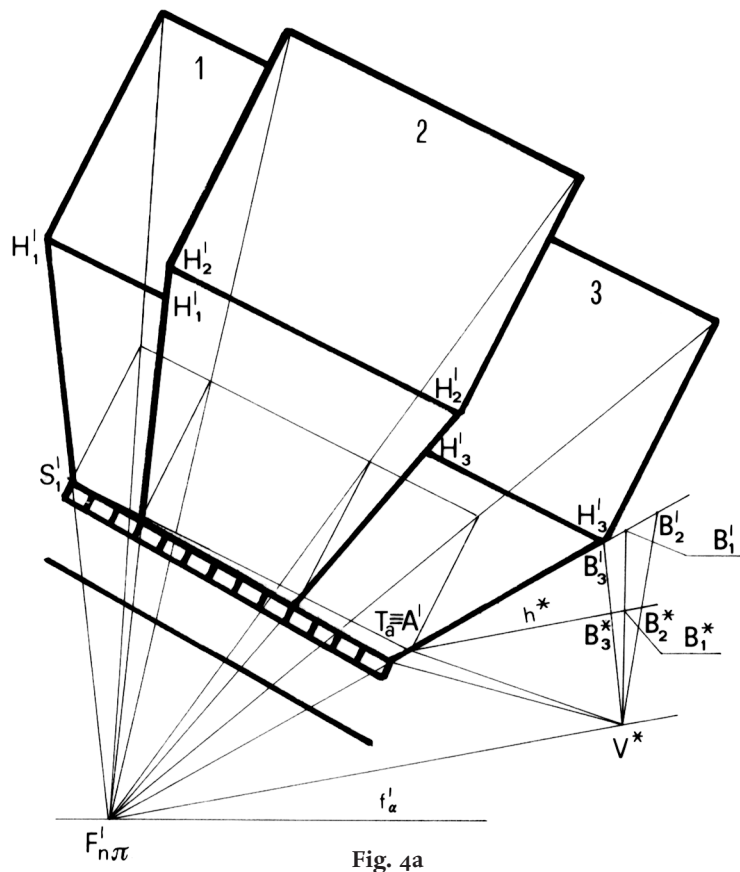


Fig. 4a

$T_a-A_1^*=o$ of the building 1, $T_a-A_2^*$ of 2, $T_a-A_3^*$ of 3; projecting from V^* over $F'_{n\pi}-A_1'$ we obtain B_2' and B_3' .

The impost line of the building 1 at level of A_1 coincides with the side of the base indicated with $S_1'-S_1'$; from A_2' we lead the parallel to $A_1'-S_1'$; from A_3' we lead the parallel to $A_1'-S_1'$ obtaining $S_3'-A_3'$.

The projections V^*-B_3' , V^*-B_1' , V^*-B_2' identify $B_3'-B_2'-B_1'$.

With the parallels to $A_1'-S_1'$ we obtain: $H_3'-B_3'$ from B_3' , $H_1'-H_1'$ from B_1' , $H_2'-H_2'$ from B_2' .

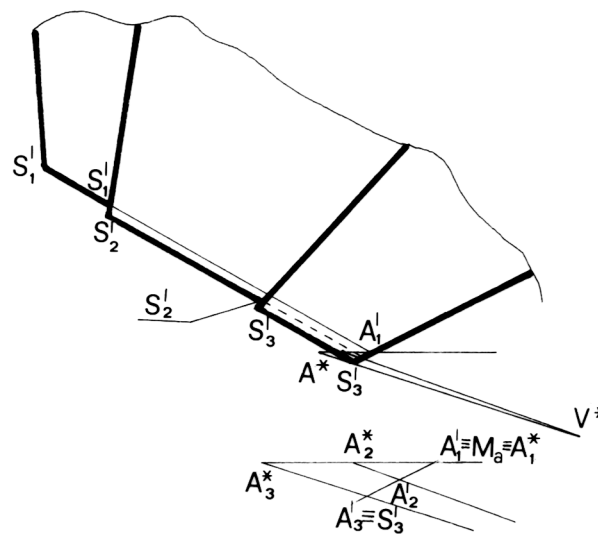


Fig. 4b

With reference to the base sides, through parallels we identify the remaining vertices and edges in sight on the projecting from $F'_{n\pi}$ led through the vertices of the assigned base, both for the impost sides and for the cover one.

della base assegnata, sia per i lati di imposta, sia per quello di copertura.

Per frazionare la pendenza è segnata, antistante agli edifici, una gradinata a pedate orizzontali.

Si noti la scarsa leggibilità dei dislivelli dovuta alla posizione vicina ad $F'_{n\pi}$.

3.1.5 Riporto in quota per dV molto grande (Fig. 5)

E' segnato $dV/8 = F'_{n\pi} - (V)/8$, per cui la d è $8 \times (dV/8)$; il piano orizzontale è coincidente con π ; l'altezza dell'edificio è $h_A = T_a - B^*$.

Sulla $F'_{n\pi} - B^*$ si ricavi $(F'_{n\pi} - B^*)/8 = F'_{n\pi} - M^*$ ed $M^* - V^*/8$; la parallela ad $M^* - V^*/8$ condotta per B^* individua B' su $F'_{n\pi} - A'$. La polilinea omotetica al perimetro di base individua i vertici della prospettiva della imposta della copertura sui relativi raggi uscenti da $F'_{n\pi}$.

To break up the slope is marked, in front of the buildings, a flight of steps with horizontal treads.

Note the poor readability of the differences in height due to the location close to $F'_{n\pi}$.

3.1.5 Report in height for dV very large (Fig. 5)

Is marked $dV/8 = F'_{n\pi} - (V)/8$, so d is $8 \times (dV/8)$; the horizontal plane is coincident with π ; the height of the building is $h_A = T_a - B^*$. On $F'_{n\pi} - B^*$ we obtain $(F'_{n\pi} - B^*)/8 = F'_{n\pi} - M^*$ and $M^* - V^*/8$; the parallel to $M^* - V^*/8$ led through B^* identifies B' on $F'_{n\pi} - A'$. The polylines homothetic to the base perimeter identifies the vertices of the perspective of the cover impost on the relative rays outgoing from $F'_{n\pi}$.

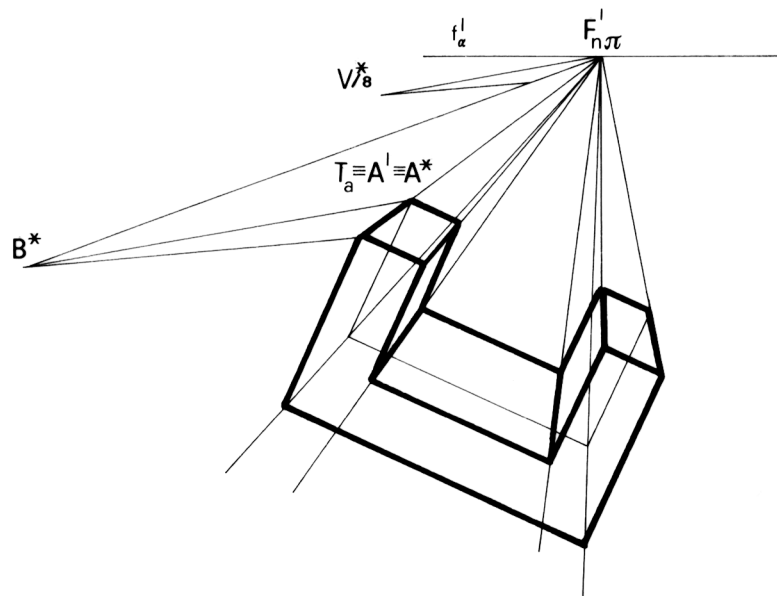


Fig. 5

3.2 Verticali su quadro verticale

3.2.1 Equipollenza prospettica (Fig. 6)

Il punto all'infinito delle rette ortogonali al piano orizzontale, quando questi è ortogonale al quadro, appartiene alla retta impropria del quadro; tale punto e la sua prospettiva sono punti uniti, per cui la prospettiva di una verticale, in tal caso, conserva la direzione; in verità ciò vale per la prospettiva di qualsiasi retta parallela a π .

Si consideri la prospettiva A' di un punto A di α ; sia a' la prospettiva di una delle infinite rette di α che contenga il punto A , e T_a sia la sua traccia su t_α .

Sulla verticale per A sia dato un punto B a quota h_B rispetto ad α . Condotta per B la b parallela alla a , le due rette appartengono ad un piano verticale, la cui traccia t_β è la verticale condotta per T_a , e contiene T_b , essendo $T_a - T_b = h_B$.

Le rette a' , b' convergono nello stesso punto di fuga e la prospettiva h'_B

3.2 Verticals on vertical picture plane

3.2.1 Perspective equivalence (Fig. 6)

The point at infinity of the lines orthogonal to the horizontal plane, when this is orthogonal to the picture, belongs to the improper line of the picture; this point and its perspective are united points, so the perspective of a vertical, in this case, it maintains the direction; in truth this applies to the perspective of any line parallel to π .

Consider the perspective A' of a point A of α ; let a' the perspective of one of the infinite lines of α that contains the point A , and T_a its trace on t_α .

On the vertical through A let given a point B at height h_B in respect to α .

Led b parallel to a through B , the two lines will belong to a vertical plane, whose trace t_β is the vertical led through T_a , and contains T_b , being $T_a - T_b = h_B$.

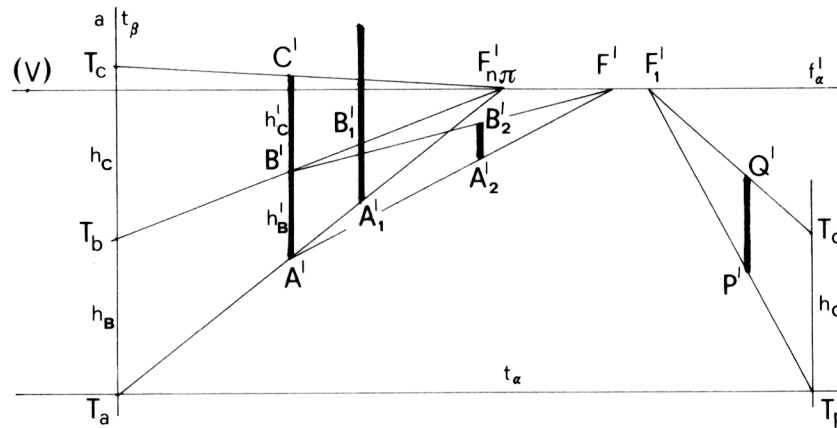


Fig. 6

di h_B , intercettata in $A'B'$, è prospetticamente eguale ad h_B , in quanto si tratta di segmenti paralleli T_a-T_b , AB compresi fra parallele a, b .

Nel riportare in quota un altro segmento h_C , si osservi che il rapporto fra h_B ed h_C si conserva fra h'_B ed h'_C .

Volendo riportare in A_I un segmento $A_I E_I = n \times h_B$, basta disegnare sulla verticale condotta per A'_I il segmento $A'_I - E'_I = n \times A'_I - B'_I$ (nella figura $n = 3$).

Si osservi ancora che $A'_2 - B'_2$ è prospetticamente eguale ad $A'B'$, ad AB , a $T_a - T_b$, ad $A'_I B'_I$, etc, poiché verticale e parallelo a π , compreso fra parallele di direzione F' .

Per misurare su π la dimensione $P-Q$, data in prospettiva $h'_Q = P'-Q'$, si proietti da un qualsiasi F'_I di f'_α il segmento $P'Q'$ individuando T'_p e, sulla verticale, T'_q ; se si dispone della $T'_p - T'_q = h_q$ viceversa, per ricavare su P' il punto Q' , essendo noto $P'-Q' = h_q$, si proietti da un qualsiasi F'_I di f'_α il punto P' individuando T'_p su t_α ; si riporti $h_q = T'_p - T'_q$ e si proietti T'_q da F'_I , la verticale condotta per P' individua Q' su $T'_q - F'_I$; $P'Q'$ è prospetticamente eguale a PQ .

3.2.2 Scala delle altezze (Fig. 7)

Si proietti da un qualsiasi punto di fuga F' di f'_α , una retta r campionata, verticale, assegnata su π .

Su A' si voglia B' a quota 2; basta condurre le orizzontali e le verticali di richiamo; si procede analogamente per N' , a quota 4 rispetto ad M' viceversa può ricavarsi di N' la quota prospettica rispetto ad M' considerando la orizzontale per M' fino ad intercettare la retta $F'-o$, e di seguito la verticale, sulla quale la orizzontale condotta per N' intercetta un punto.

The lines a', b' converge in the same vanishing point and the perspective h'_B of h_B , intercepted in $A'B'$, is perspective equal to h_B , since they are parallel segments $T_a - T_b$, AB comprised between parallels a, b .

Reporting in height another segment h_C , note that the ratio between h_B and h_C is conserved between h'_B and h'_C .

Wanting to report in A_I a segment $A_I E_I = n \times h_B$, just draw on the vertical led through A'_I the segment $A'_I - E'_I = n \times A'_I - B'_I$ (in the figure $n = 3$).

Note also that $A'_2 - B'_2$ is perspective equal to $A'B'$, AB , $T_a - T_b$, $A'_I B'_I$, etc, since vertical and parallel to π , comprised between parallels with direction F' .

To measure on π the dimension $P-Q$, given in perspective $h'_Q = P'-Q'$, we project from any F'_I of f'_α the segment $P'Q'$ identifying T'_p and, on the vertical, T'_q ; if we have $T'_p - T'_q = h_q$ vice versa, to obtain on P' the point Q' , being known $P'-Q' = h_q$, we project from any F'_I of f'_α the point P' identifying T'_p on t_α ; we report $h_q = T'_p - T'_q$ and we project T'_q from F'_I , the vertical led through P' identifies Q' on $T'_q - F'_I$; $P'Q'$ is perspective equal to PQ .

3.2.2 Scale of the heights (Fig. 7)

We project from any vanishing point F' of f'_α a line r sampled, vertical, assigned on π .

On A' we want B' at height 2; just lead the horizontals and the verticals of reference; we proceed similarly for N' , at height 4 in respect to M' vice versa we can obtain the perspective height of N' in respect to M' considering the horizontal through M' until intercepting the line $F'-o$, and then the vertical, on which the horizontal led through N' intercepts a point.

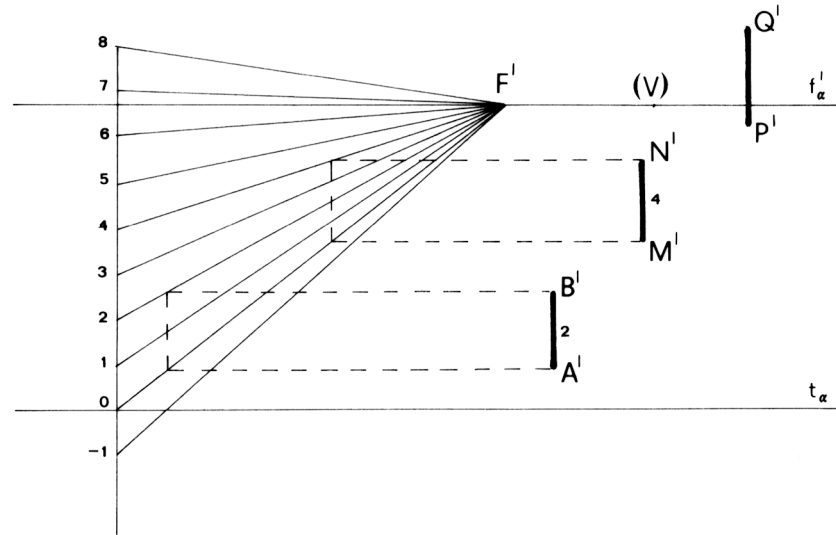


Fig. 7

Tale punto si proietta da F' sulla r graduata, leggendovi la quota di N rispetto ad M .

Nel caso in cui il punto di base P' è molto lontano, un piccolo segmento verticale $P'Q'$, apparentemente piccolo, non può essere proiettato sul quadro, poiché esce fuori foglio.

Si considera allora $P'R' = P'Q'/n$, si individua la h_R ; risulterà $h_q = n \times h_R$ (in figura $n=7$, h_R risulta 5 ed h_q è pari a 35).

3.2.3 Riporto in quota con t_α fuori foglio (Fig. 8)

Il piano α sia definito dalla m' ($D' = H_I/n$) sulla quale la scala dimensionale è quella usata su π diviso n .

Assegnati su P' il punto in quota Q' , si ricavano $F'_I - P'_p - P'_m$, $F'_I - Q'$, individuando Q_m ; basta leggere $P'_m - Q_m$ alla scala già detta.

Può anche stabilirsi una retta campionata alla scala di m , in modo da appoggiarsi alle rette di livello e potere riportare in quota prestabilita o leggere una quota data in proiezione.

We project this point from F' on r graduated, reading on it the height of N in respect to M .

In the case where the base point P' is very far, a small vertical segment $P'Q'$, apparently small, can't be projected on the picture, since it comes outside the sheet.

We consider then $P'R' = P'Q'/n$, we identify h_R ; will result $h_q = n \times h_R$ (in the figure $n=7$, h_R results 5 and h_q is equal to 35).

3.2.3 Report in height with t_α outside the sheet (Fig 8)

Let the plane α defined by m' ($D' = H_I/n$) on which the dimensional scale is that used on π divided n .

Assigned on P' the point in height Q' , we obtain $F'_I - P'_p - P'_m$, $F'_I - Q'$, identifying Q_m ; just read $P'_m - Q_m$ at the scale already said.

We may also set a line sampled at the scale of m , so as to lean to the isohypsies and report in preset height or read a height given in projection.

Non è necessario ricavare le quote se è richiesto di sapere dire, nel confronto fra più segmenti verticali, quale è il maggiore, il minore o quello eguale; la retta che unisce le tracce su α , $A'_1A'_2$ o $A'_1A'_3$, o $A'_1A'_4$, individuano un F'_a su f'_α .

It's not necessary get the heights if it's required to say, in the comparison between various vertical segments, which is the larger, the smaller or that equal; the line joining the traces on α , $A'_1A'_2$ or $A'_1A'_3$, or $A'_1A'_4$, identify F'_a on f'_α .

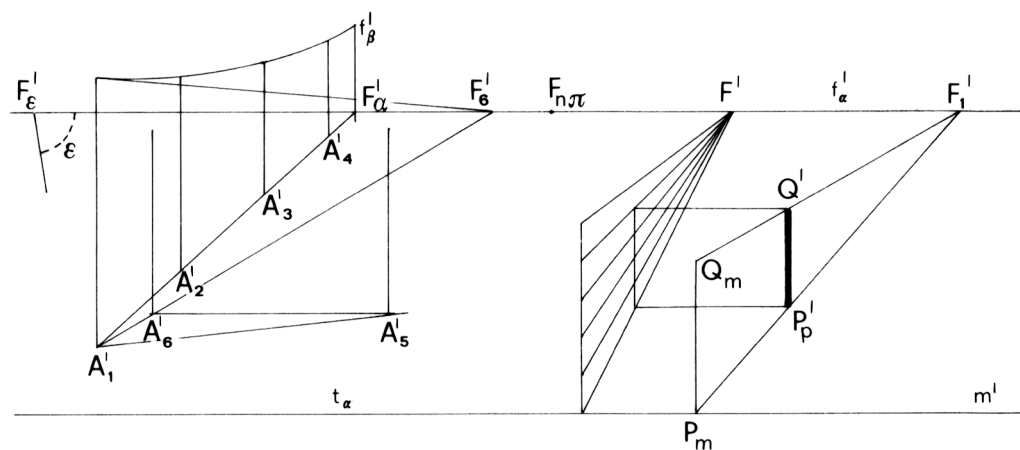


Fig. 8

La congiungente gli estremi superiori definisce sulla f'_β , verticale condotta per F'_α , il punto di fuga ad essa relativo, il quale può coincidere con F' ed allora i due segmenti sono eguali, o risultare più alto o più basso, dichiarando perciò, rispettivamente che il segmento di piede in A'_1 è minore di quello di piede in A'_4 , ovvero che è maggiore di quello di piede in A'_2 .

Nel confronto fra più segmenti può verificarsi che la congiungente i piedi (per esempio $A'_1-A'_3$) intersechi f'_α fuori foglio; in tal caso il segmento (di piede 5) si sposta in posizione più conveniente (di piede 6) in modo da risultare il relativo F'_6 entro il foglio.

Sottolineo la necessità di approfondire ogni problematica, ponendosi in situazioni cosiddette insolite o limiti; ciò può sviluppare la fantasia, l'abilità, il gusto di rappresentare, liberi da vincoli non necessari.

The joining the superior ends defines on f'_β , vertical led through F'_α , the vanishing point relative to it, which may coincide with F' and then the two segments are equal, or be higher or lower, declaring therefore respectively that the segment with foot in A'_1 is smaller than the one with foot in A'_4 , ie that it's larger than the one with feet in A'_2 .

In the comparison between various segments may occur that the joining the foot (for example $A'_1-A'_3$) intersects f'_α outside the sheet; in this case the segment (with feet 5) moves in a more convenient position (with feet 6) so as to be the relative F'_6 within the sheet.

I point out the need to delve into every issue, putting themselves in situations so-called unusual or limit; this can develop the imagination, skill, taste of represent, free from unnecessary constraints.

3.3 Verticale su quadro obliquo

3.3.1 Prospettiva di un punto in quota per ribaltamento intorno ad $f'_{n\alpha}$ (Fig. 9)

Assegnati $F'_{n\pi}$, $F'_{n\pi}$ -(V), φ , t_α , la eccentricità (a sinistra), EA, la distanza d_A di A da t_α , la quota q_b di B rispetto ad α in A, si ricavano su f'_γ : $F'_{p\alpha}$, $F'_{n\alpha}$, V^*_p , V^*_n , e p^* , A^* , p' , A' , essendo $T_p A^* = d_A$. Si consideri il piano contenente il segmento A-B e perpendicolare al quadro. La sua traccia t_δ coincide con p^* e la sua fuga f'_δ coincide con f'_γ .

Si consideri inoltre il segmento parallelo ed equivalente ad AB avente come punto di base la traccia $T_n = T_p$.

Se la direzione $F'_{n\alpha}$ -V ruota intorno ad $F'_{n\alpha}$ scorrendo sul piano proiettante fino a sovrapporsi ad f'_δ portando V in V^*_n , la retta perpendicolare ad α di traccia T_n ed appartenente al piano Δ , ruotando intorno a T_n va a sovrapporsi alla t_δ .

La quota q_b riportata da T_n vi definisce B^*_o che proiettato da V^*_n individua, sulla prospettiva $F'_{n\alpha}$ - $T_n = n'_o$, il punto B'_o ; T_n - B'_o è la prospettiva del segmento q_b il quale però dovrà essere riportato parallelamente a sé stesso in modo che da T_n si passi in A' .

Dunque l'arretamento della prospettiva già trovata deve essere realizzato fugando da $F'_{p\alpha}$. La $F'_{p\alpha}$ - B'_o interseca la $F'_{n\alpha}$ - $A' = n'$ nel punto B' ed A' - B' è la prospettiva di AB.

Ci si accorge che unendo B^*_o con $F'_{p\alpha}$, sulla verticale per A' si intercetta il segmento $A'B^*$. Questo può considerarsi il valore q^*_b ridotto alla profondità di A.

Tale riduzione equivale a leggere B alla scala usata per ribaltare il piano α intorno ad m fino a disporlo parallelo al quadro, essendo m la retta di α parallela al quadro e passante per A.

Ci si accorge ancora che la V^*_n - B^* individua sulla $F'_{n\alpha}$ - A' il punto B' . Concettualmente si è ipotizzato di trasferire le operazioni svolte per ottenerne da T_n - B^*_o la prospettiva T_n - B'_o alla profondità di m con il valore ridotto della q_b .

3.3 Verticals on oblique picture plane

3.3.1 Perspective of a point in height by overturning around $f'_{n\alpha}$ (Fig. 9)

Assigned $F'_{n\pi}$, $F'_{n\pi}$ -(V), φ , t_α , the eccentricity (left), EA, the distance d_A of A from t_α , the height q_b of B in respect to α in A, we obtain on f'_γ : $F'_{p\alpha}$, $F'_{n\alpha}$, V^*_p , V^*_n , and p^* , A^* , p' , A' , being $T_p A^* = d_A$.

Consider the plane containing the segment A-B and perpendicular to the picture. Its trace t_δ coincides with p^* and its vanishing f'_δ coincides with f'_γ .

Consider also the segment parallel and equivalent to AB having as base point the trace $T_n = T_p$.

If the direction $F'_{n\alpha}$ -V overturns around $F'_{n\alpha}$ running along the projecting plane up to superimpose themselves to f'_δ bringing V into V^*_n , the line perpendicular to α with trace T_n and belonging to the plane Δ , overturning around T_n goes to superimpose itself to t_δ .

The height q_b reported from T_n defines B^*_o which projected from V^*_n identifies, on the perspective $F'_{n\alpha}$ - $T_n = n'_o$, the point B'_o ; T_n - B'_o is the perspective of the segment q_b which however must be reported parallel to itself so that from T_n we goes into A' .

Therefore the withdrawing of the perspective already found must be made vanishing from $F'_{p\alpha}$. $F'_{p\alpha}$ - B'_o intersects $F'_{n\alpha}$ - $A' = n'$ in the point B' and A' - B' is the perspective of AB.

One can see that joining B^*_o with $F'_{p\alpha}$, on the vertical through A' it's intercepted the segment $A'B^*$. This can be considered the value q^*_b reduced to the depth of A.

This reduction is equivalent to read B at the scale used to overturn the plane α around m up to dispose it parallel to the picture, being m the line of α parallel to the picture and passing through A.

One can see also that V^*_n - B^* identifies on $F'_{n\alpha}$ - A' the point B' . Conceptually it has been suggested to transfer the operations done to obtain from T_n - B^*_o the perspective T_n - B'_o to the depth of m with the reduced value of q_b .

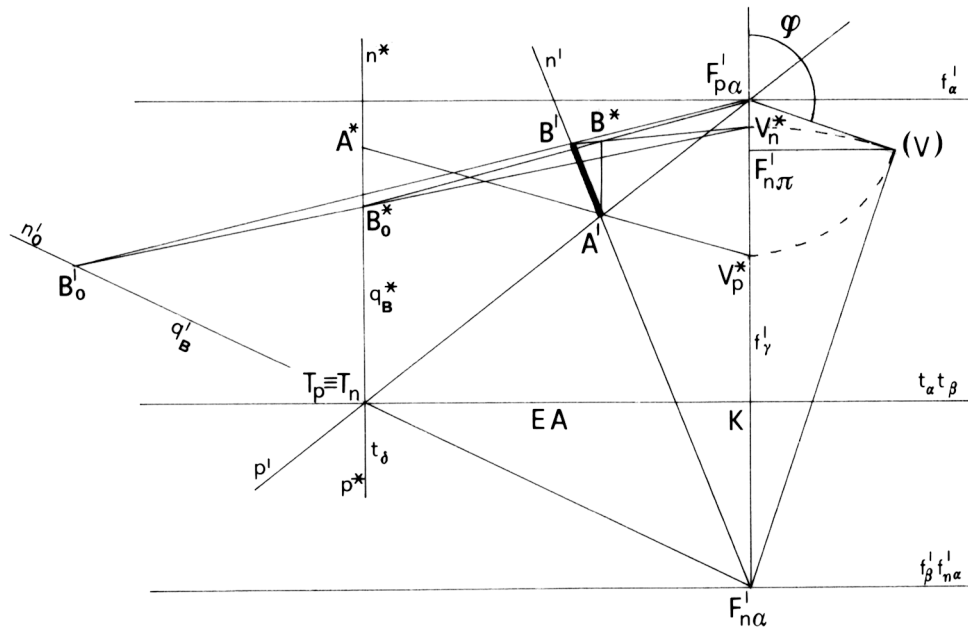


Fig. 9

3.3.2 Prospettiva di un punto in quota mediante quadratura (Fig. 10)

Assegnati $F'_{n\pi}$, $F'_{n\pi}-(V)$, φ , t_α , la eccentricità (a sinistra), EA, la distanza d_A di A da t_α , la quota q_B di B rispetto ad α in A, si ricavano su f'_γ : $F'_{p\alpha}$, $F'_{n\alpha}$, V_p^* , V_n^* , e poi $K-T_p=EA$, p^* , $T_p-A^*=d_A^*$, $T_p-B_o=q_B$, nonché $F'_{n\alpha}-F'_{45}=F'_{n\alpha}-(V)$ su $f'_{n\alpha}$. Si riporti da $F'_{p\alpha}$ la q_B in $A'B_i$ e da F'_{45} la $A'B_i$ in $A'B'$ su n' . Si osservi che $B_iA'B'$ è la prospettiva della metà di un quadrato che ha un lato parallelo a π e l'altro ortogonale ad α , cioè ha la giacitura $f'_{n\alpha}$ e che F'_{45} è il punto di fuga delle diagonali del quadrato così disposto.

Evidentemente devono essere disponibili nel foglio i punti $F'_{n\alpha}$ ed F'_{45} , altrimenti le operazioni grafiche diventano onerose, dovendo unire ogni punto con un punto, come A' e B_i , di convergenza fuori foglio, come $F'_{n\pi}$ ed F'_{45} mediante triangoli omotetici.

3.3.2 Perspective of a point in height by quadrature (Fig. 10)

Assigned $F'_{n\pi}$, $F'_{n\pi}-(V)$, φ , t_α , the eccentricity (left), EA, the distance d_A of A from t_α , the height q_B of B in respect to α in A, we obtain on f'_γ : $F'_{p\alpha}$, $F'_{n\alpha}$, V_p^* , V_n^* , and then $K-T_p=EA$, p^* , $T_p-A^*=d_A^*$, $T_p-B_o=q_B$, as well as $F'_{n\alpha}-F'_{45}=F'_{n\alpha}-(V)$ on $f'_{n\alpha}$. We report q_B from $F'_{p\alpha}$ in $A'B_i$ and $A'B_i$ from F'_{45} in $A'B'$ on n' . Note that $B_iA'B'$ is the perspective of half of a square which has a side parallel to π and the other orthogonal to α , that is it has the arrangement $f'_{n\alpha}$, and that F'_{45} is the vanishing point of the diagonals of the square so disposed.

Obviously must be available in the sheet the points $F'_{n\alpha}$ and F'_{45} , otherwise the graphics operations become onerous, having to join each point with a point, like A' and B_i , with convergence outside the sheet, like $F'_{n\pi}$ ed F'_{45} using homothetic triangles.

Si osservi ancora che alla distanza di A, la $A'B_I$ è la quota q_B letta alla

Note also that at the distance of A, $A'B_i$ is the height q_B read at the scale

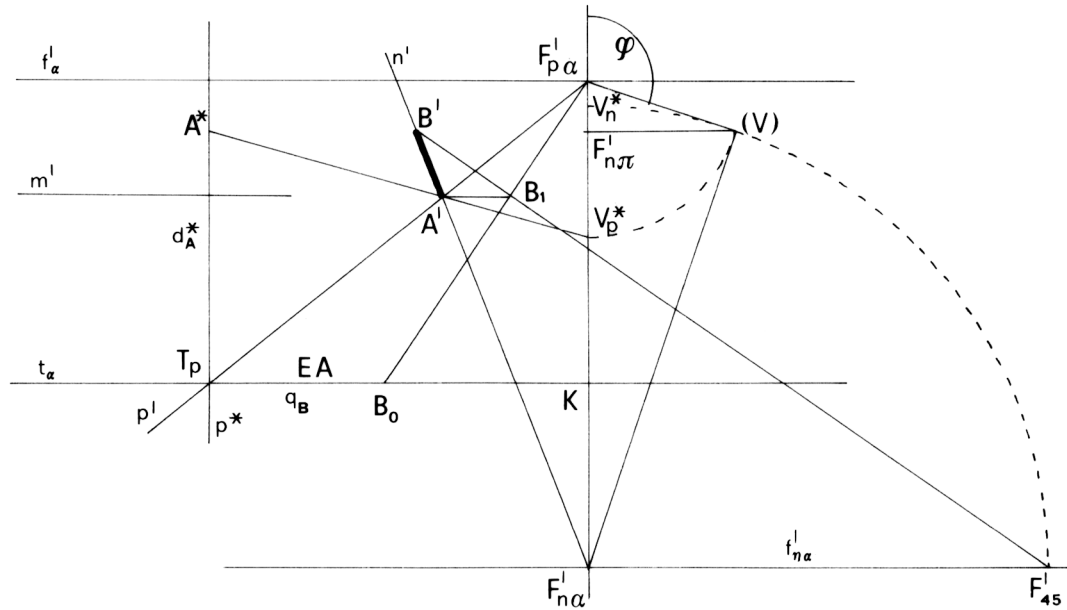


Fig. 10

scala della m' parallela ad f'_α e passante per A' .

of m' parallel to f'_α and passing through A' .

3.3.3 Prospettiva di un punto in quota mediante orizzontali (Fig. II)

Assegnati $F'_{n\pi}$, $F'_{n\pi}(\text{V})$, φ , t_α , la eccentricità (a sinistra) EA, la distanza d_A di A da t_α , la quota q_B di B rispetto ad α in A, si ricavano su f' : $F'_{p\alpha}$, $F'_{n\alpha}$, V_p^* , e poi $K \cdot T_p = EA$, p^* , $T_p \cdot A^* = d_A^*$, $T_p \cdot B_1 = q_B$ parallela ad $F'_{n\alpha}(\text{V})$, e la $B_1 \cdot B_2$ ortogonale alla precedente, individuando in T_B la traccia della orizzontale b parallela alla p condotta per B.

La $b' = T_B - F'_{pa}$ interseca la n' in B' .

3.3.3 Perspective of a point in height using horizontals (Fig. 11)

Assigned $F'_{n\pi}$, $F_{n\pi}-(V)$, φ , t_α , the eccentricity (left) EA, the distance d_A of A from t_α , the height q_B of B in respect to α in A, we obtain on f'_γ : $F'_{p\alpha}$, $F'_{n\alpha}$, V^*_p , and then $K \cdot T_p = EA$, p^* , $T_p \cdot A^* = d^*_A$, $T_p \cdot B_1 = q_B$ parallel to $F'_{n\alpha}-(V)$, and $B_1 \cdot B_2$ orthogonal to the previous, identifying in T_B the trace of the horizontal b parallel to p led through B.

$$b' = T_B - F'_{p\alpha} \text{ intersects } n' \text{ in } B'.$$

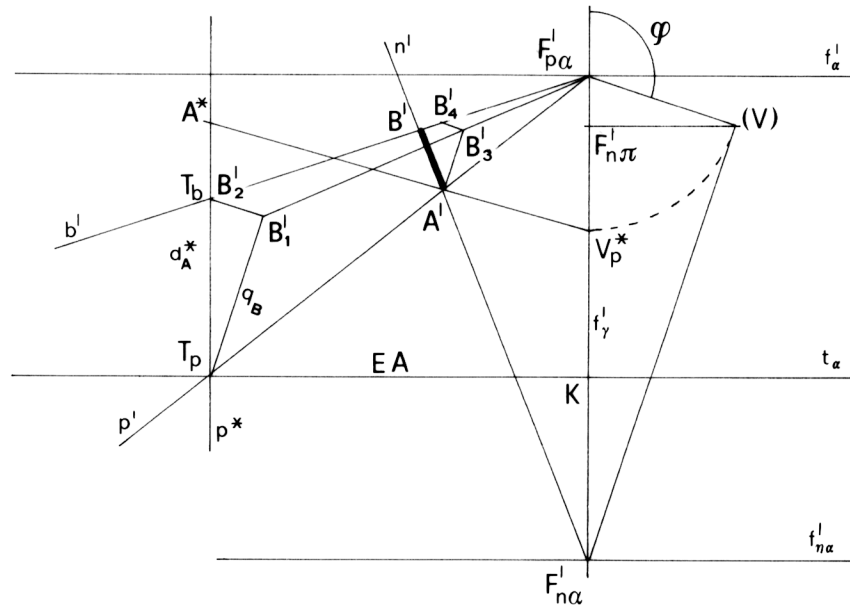


Fig. 11

Alla distanza di A può ripetersi quanto sopra; alla scala della m' , parallela ad f'_α condotta per A' , si riporti la q_B ridotta alla scala di m e cioè $A'-B'_3$ parallela alla $F'_{n\alpha}-(V)$; la ortogonale ad essa in B'_3 individua sulla verticale condotta per A' un punto B'_4 ; la $F'_{p\alpha}-B'_4$ che è la b' interseca la n' in B' .

3.3.4 *Prospettiva di un punto in quota mediante il piano γ , proiettante ortogonale al piano orizzontale (Fig. 12)*

Assegnati $F'_{n\pi}$, $F'_{n\pi}-(V)$, φ , t_α , la eccentricità (a sinistra) EA, la distanza d_A di A da t_α , la quota q_B di B rispetto ad α in A, si ricavano su f'_γ : $F'_{p\alpha}$ e $F'_{n\alpha}$.

Si traslino parallelamente a π i segmenti d_A e q_B dal piano β al piano γ . Si ribalti γ su π e si ottengono: la r^* parallela per T_r alla

At the distance of A we can repeat the above; at the scale of m' , parallel to f'_α led through A' , we report q_B reduced to the scale of m that is $A'-B'_3$ parallel to $F'_{n\alpha}-(V)$; the orthogonal to it in B'_3 identifies on the vertical led through A' a point B'_4 ; $F'_{p\alpha}-B'_4$ which is b' interseca n' in B' .

3.3.4 *Perspective of a point in height using the plane γ , projecting orthogonal to the horizontal plane (Fig. 12)*

Assigned $F'_{n\pi}$, $F'_{n\pi}-(V)$, φ , t_α , the eccentricity (left) EA, the distance d_A of A from t_α , the height q_B of B in respect to α in A, we obtain on f'_γ : $F'_{p\alpha}$ and $F'_{n\alpha}$.

We translate parallel to π the segments d_A and q_B from the plane β to the plane γ . We overturn γ on π and we obtain: r^* parallel

3.3.5 Riporto in quota mediante il piano p-n (Fig. 13)

Assegnati $F'_{n\pi}$, $F'_{n\pi}-(V)$, φ , m' , $D'=H'_i/n$ e riportati alla scala della m , la eccentricità ridotta $K'-P'_m$ di A , la distanza P'_m-A^* di A da m , e la quota q_B ridotta, si ricavano $F'_{p\alpha}$, $F'_{n\alpha}$, V^*_p , F'_{45} su f'_α , e su f'_γ la F'_d

3.3.5 Report in height using the plane p-n (Fig. 13)

Assigned $F'_{n\pi}$, $F'_{n\pi}-(V)$, φ , m' , $D'=H'_i/n$ and reported at the scale of m , the reduced eccentricity $K'-P'_m$ of A , the distance P'_m-A^* of A from m , and the height q_B reduced, we obtain $F'_{p\alpha}$, $F'_{n\alpha}$, V^*_p , F'_{45} on f'_α , and, on f'_γ ,

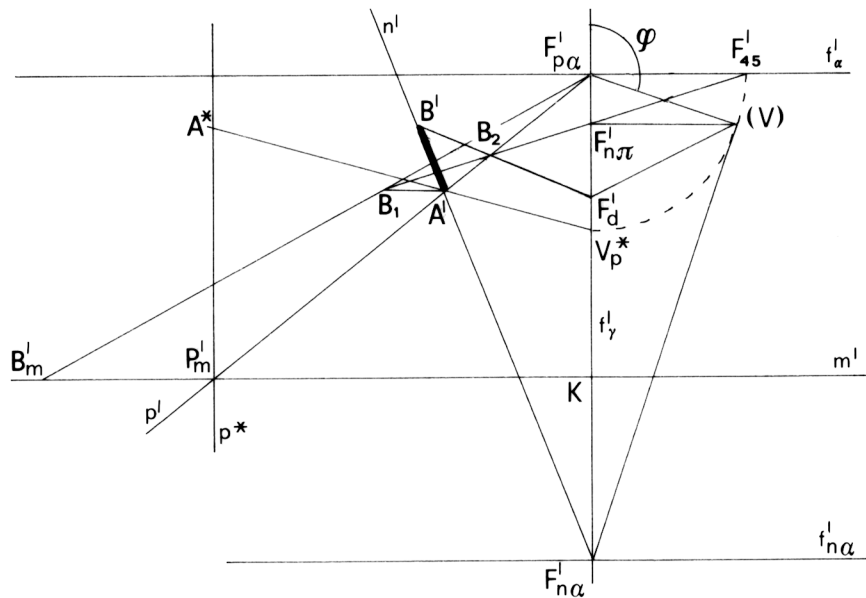


Fig. 13

fuga della bisettrice dell'angolo retto tra la p e la n , ovvero della diagonale del quadrato avente i lati sulla p e sulla n .

Si ponga q_B su m' in $P'_m-B'_m$ e si riporti alla distanza di A' in B'_1-A' . La $B'_1-F'_{45}$ ricava B'_2 sulla p' e la $F'_d-B'_2$ ricava B' sulla n' .

Ritengo importante non tanto la via indicata, quanto invece lo stimolo a pensare, individuare, proporre, confrontare, scegliere, quando, quanto, come e perché.

F'_d , vanishing of the bisector of the right angle between p and n , that is the diagonal of the square having sides on p and n .

Let set q_B on m' in $P'_m-B'_m$ and we report it at the distance of A' in B'_1-A' .

$B'_1-F'_{45}$ obtains B'_2 on p' and $F'_d-B'_2$ obtains B' on n' .

I consider important not so much the way indicated, but rather the urge to think, identify, propose, compare, choose, when, what, how and why.

La parallela alla $M_1-F'_{n\alpha}/n$ condotta per M passa per $F'_{n\alpha}$ e così pure la simmetrica; per disegnare la n' si utilizzano le predette rette a supporto dei triangoli omotetici, i quali consentono di unire i piedi A' delle n' con $F'_{n\alpha}$ fuori foglio.

Sulle $f'_{n\alpha}/n$ può individuarsi F'_{45}/n ; la $F'_{n\pi} - F'_{45}/n$ passa per F'_{45} delle $f'_{n\alpha}$.

Suddiviso in n parti la $F'_{n\pi} - F'_{n\alpha}/n$ sia N_1 la prima suddivisione; detti M_2 ed M_3 i medi rispettivamente di $F'_{n\pi} - N_1$ ed $F'_{n\pi} - F'_{n\alpha}/n$, la retta condotta per M_3 parallela alle $M_2 - F'_{45}/n$ passa per F'_{45} ; le simmetriche passano per il simmetrico di F'_{45} di $f'_{n\alpha}$.

Usando le predette rette come supporto di triangoli omotetici per congiungere punti sul foglio con F'_{45} fuori foglio è possibile il riporto sulla n' di una quota disposta su α orizzontale e di massima pendenza rispetto a π .

Il sistema ridotto può occupare l'intero foglio; si ribalta intorno alla m , il ribaltato è alla scala $1/n$ di quella di π ; si ottiene un disegno grande, da grandi distanze, da grande altezza; una vista laboriosa ma efficace.

3.3.8 Riporto di un punto in quota, su reticolo prospettico (Fig. 16)

Siano dati il reticolo ribaltato ABC^*D^* ed il corrispondente prospettico $ABC'D'$.

Restano perciò definiti $F'_{p\alpha}$, nel punto comune ad f'_y e ad AD' e V_p^* , nel punto comune ad f'_y ed a D^*D' .

Tuttavia non li useremo; infatti, si dividano in k parti AB , D^*C^* , $D'C'$ e in h parti eguali AD^* e prospetticamente AD' , realizzando due reticoli, l'uno ribaltato intorno ad AB , l'altro prospettico, corrispondenti nell'omologia che ha l'asse AB e le coppie di punti corrispondenti come K_2^* , K_2' e K_3^* , K_3' .

Questo basta per ricavare di un qualsiasi punto P_o^* il corrispondente punto P' poiché le rette $K_2^* - P_o^* - M_2$ e $K_3^* - P_o^* - M_3$ hanno per corrispondenti M_2K_2' , M_3K_3' incidenti in P' .

Si utilizza la omologia che lega il campo con apice "asterisco" al campo con apice "apice": l'asse di omologia è AB ; due coppie

The parallel to $M_1-F'_{n\alpha}/n$ led through M passes through $F'_{n\alpha}$ and as well the symmetric; to draw n' are used the aforesaid lines in support of the homothetic triangles, which allow to join the feet A' of n' with $F'_{n\alpha}$ outside the sheet.

On $f'_{n\alpha}/n$ we can identify F'_{45}/n ; $F'_{n\pi} - F'_{45}/n$ passes through F'_{45} of $f'_{n\alpha}$.

Subdivided into n parts $F'_{n\pi} - F'_{n\alpha}/n$ let N_1 the first subdivision; said M_2 and M_3 the middle respectively of $F'_{n\pi} - N_1$ and $F'_{n\pi} - F'_{n\alpha}/n$, the line led through M_3 parallel to $M_2 - F'_{45}/n$ passes through F'_{45} ; the symmetricals pass through the symmetric of F'_{45} of $f'_{n\alpha}$.

Using the aforesaid lines as a supporto of homothetic triangles to join points on the sheet with F'_{45} outside the sheet is possible reporting on n' a height arranged on α horizontal and with maximum slope in respect to π .

The reduced system can fill up the whole sheet; we overturn around m , the overturned is at the scale $1/n$ of that of π ; we get a large drawing, from large distances, large height; a laborious but effective view.

3.3.8 Report of a point in height, on perspective grid (Fig. 16)

Let given the overturned grid ABC^*D^* and the perspective corresponding $ABC'D'$.

Remain so defined $F'_{p\alpha}$, in the point common to f'_y and to AD' and V_p^* , in the point common to f'_y and to D^*D' .

However we don't use it; in fact, we divide into k parts AB , D^*C^* , $D'C'$ and in h equal parts AD^* and perspectively AD' , making two grids, the one overturned around AB , the other perspective, corresponding in the homology that has the axis AB and the pairs of corresponding points as K_2^* , K_2' and K_3^* , K_3' .

This is enough to obtain of any point P_o^* the corresponding point P' because the lines $K_2^* - P_o^* - M_2$ and $K_3^* - P_o^* - M_3$ have as correspondings M_2K_2' , M_3K_3' incident in P' .

We use the homology which binds the field with superscript "asterisk" to the field with superscript "apex": the axis of ho-

Per N_I si conduca a scelta la $N_I-F'_{n\alpha}/n$ in modo che V_p^*/n resti interno ad $(F'_{p\alpha}/n)-(F'_{n\alpha}/n)$.

La parallela x , per C' alla $N_I-F'_{n\alpha}/n$, incide f'_γ su $F'_{n\alpha}$.

Sulla semicirconferenza di diametro $F'_{p\alpha}/n-F'_{n\alpha}/n$ si ricava con l'arco di centro $F'_{p\alpha}/n$ e raggio $(F'_{p\alpha}/n)-(V_p^*/n)$ il punto $(V)/n$.

Sulla orizzontale per $F'_{n\alpha}/n$ si ricava F'_{45}/n con l'arco di centro $F'_{n\alpha}/n$ e raggio $(F'_{n\alpha}/n)-(V)/n$. L'orizzontale per $(V)/n$ individua su f'_γ il punto $F'_{n\pi}$ e la $y_1=F'_{n\pi}-F'_{45}/n$ incide la $f'_{n\alpha}$, condotta per $F'_{n\alpha}$, nel punto F'_{45} .

Sia $F'_{n\pi}-N_2=(F'_{n\pi}-F'_{n\alpha}/n)/n$; la parallela y_2 alla $N_2-F'_{45}$, condotta per $F'_{n\alpha}/n$, passa anche per F'_{45} .

Appoggiando i triangoli omotetici alle f'_γ ed x si ricava la $n'=P'-F'_{n\alpha}$.

Si riporti, ribaltata sulla orizzontale, la $P'_o-Q'_o=q$ in $P'-Q'_o$, e si unisca Q'_o con F'_{45} appoggiandosi ad y_1, y_2 mediante triangoli omotetici e ricavando Q' sulla n' .

Due orizzontali, incidono la x e la f'_γ secondo due segmenti che dividiamo in m parti.

Si estendono tali parti all'intera lunghezza delle orizzontali.

Le due punteggiate sono corrispondenti in un fascio delle n' di centro $f'_{n\alpha}$. Tale fascio è di grande utilità, potendo evitare l'uso di $F'_{n\alpha}$.

Analogamente può utilizzarsi il fascio delle rette del reticolo, convergenti in $F'_{p\alpha}$, suddividendo $AB, D'C'$, in m parti; sulle due punteggiate si impianta il fascio che è pure di notevole utilità.

Inoltre, considerate due orizzontali incidenti la y_1 e la y_2 , si suddividano in m parti e si definiscano le due punteggiate corrispondenti.

Il fascio che le collega ha il centro in F'_{45} ; dunque agevola moltissimo il riporto Q'_o-Q' .

Tali fasci possono riempire l'intero foglio e rendere la costruzione della immagine molto più agile e controllabile, purché si usino accorgimenti grafici, colori, ed indicazioni opportune non ché la sottintesa massima attenzione.

Through N_I we lead whichever we prefer $N_I-F'_{n\alpha}/n$ so that V_p^*/n remains internal to $(F'_{p\alpha}/n)-(F'_{n\alpha}/n)$.

The parallel x , through C' to $N_I-F'_{n\alpha}/n$, incidences f'_γ on $F'_{n\alpha}$.

On the semicircumference with diameter $F'_{p\alpha}/n-F'_{n\alpha}/n$ we obtain with the arc with center $F'_{p\alpha}/n$ and radius $(F'_{p\alpha}/n)-(V_p^*/n)$ the point $(V)/n$.

On the horizontal through $F'_{n\alpha}/n$ we obtain F'_{45}/n with the arc with center $F'_{n\alpha}/n$ and radius $(F'_{n\alpha}/n)-(V)/n$. The horizontal through $(V)/n$ identifies on f'_γ the point $F'_{n\pi}$ and $y_1=F'_{n\pi}-F'_{45}/n$ incidences $f'_{n\alpha}$, led through $F'_{n\alpha}$, in the point F'_{45} .

Let $F'_{n\pi}-N_2=(F'_{n\pi}-F'_{n\alpha}/n)/n$; the parallel y_2 to $N_2-F'_{45}$, led through $F'_{n\alpha}/n$, passes also through F'_{45} .

Leaning the homothetic triangles to f'_γ and x we obtain $n'=P'-F'_{n\alpha}$.

We report, overturned on the horizontal, $P'_o-Q'_o=q$ in $P'-Q'_o$, and we join Q'_o with F'_{45} leaning to y_1, y_2 using homothetic triangles and obtaining Q' on n' .

Two horizontals incidences x and f'_γ along two segments which we divide into m parts.

We extend these parts to the whole length of the horizontals.

The two dotted are corresponding in a sheaf of n' with center $f'_{n\alpha}$. This sheaf is very useful, being able to avoid the use of $F'_{n\alpha}$. Similarly we can use the sheaf of the lines of the grid, converging into $F'_{p\alpha}$, dividing $AB, D'C'$, into m parts; on the two dotted we implant the sheaf which is very useful too.

Furthermore, considered two horizontals incident y_1 and y_2 , we divide it into m parts and we define the two corresponding dotted.

The sheaf that joins them has the center in F'_{45} ; therefore it greatly facilitate the report Q'_o-Q' .

These sheaf can fill the whole sheet and make the construction of the image much more simple and verifiable, provided that one use graphical tricks, colours, and appropriate indications as well as the implied maximum attention.

Prospettiva del territorio

4.1 Analisi spaziale (Fig. 1)

Sia noto l'assetto $F'_{n\pi}, (V)-F'_{n\pi}, f'_{\alpha}, t_{\alpha}, F'_{p\alpha}, F'_{n\alpha}, f'_{n\alpha}, V_p^*, V_n^*$.
 Sia la retta di intersezione del piano a nel piano γ di traccia T_a ; a^* è parallela a $(V)-F'_{p\alpha}$.
 Assegnati $T_a-P_a = m$ su a^* e $P_a^* Q_a^* = h^*$ ortogonale ad a^* , unendo (V) con P_a^* e Q_a^* si ottengono su f'_{γ} rispettivamente P_a' e Q_a' .
 Si consideri su α la retta r di traccia T_r e fuga $F'_{p\alpha}$; ribaltando r su π si ottiene la r^* ortogonale a t_{α} in T_r .
 Sulla r^* sia P_r^* un punto tale che $T_r-P_r^* = m$.
 Il punto spaziale P_r' può ritenersi la traslazione di P_a in direzione parallela a t_{α} , per cui la prospettiva P_r' deve stare sulla parallela alla t_{α} condotta per P_a' e contemporaneamente sulla r' ($T_r, F'_{p\alpha}$).
 Il punto P_r' può ottenersi su r' anche per intersezione con la $V_p^*-P_r^*$.
 Si conduca sulla retta r , il piano β , parallelo a γ e su β si consideri la retta s ortogonale alla r in P_r .
 La t_{β} risulta sovrapposta ad r^* e la s' può ottenersi unendo $F'_{n\alpha}$ con P_r' ; la s' interseca la t_{β} in T_s .
 Ribaltando su π in modo che $F'_{n\alpha}-(V)$ si porti in $F'_{n\alpha}-V_n^*$, la s si sovrappone a t_{β} e la $V_n^*-P_r'$ individua su t_{β} il punto P_s^* .
 Si riporti su t_{β} da P_s^* il segmento $P_s^* Q_s^* = h^*$, allora la $V_n^*-Q_s^*$ ricava Q_s' sulla s' .
 Sulla parallela a t_{β} condotta per P_r' , la $V_n^* Q_s^*$ individua Q_{s1}^* ; la $P_r' Q_{s1}^*$ è la riduzione di $h^* = P_s^* Q_s^*$ operata da V_n^* alla profondità di P_r' .
 Si avverte che $P_r' Q_{s1}^*$ non cambia se il valore h^* posto su t_{β} si proietta da un qualsiasi F' di f'_{γ} .

Perspective of the territory

4.1 Spatial analysis (Fig. 1)

Let known the arrangement $F'_{n\pi}, (V)-F'_{n\pi}, f'_{\alpha}, t_{\alpha}, F'_{p\alpha}, F'_{n\alpha}, f'_{n\alpha}, V_p^*, V_n^*$.
 Let the intersection line of the plane a in the plane γ with trace T_a ; a^* is parallel to $(V)-F'_{p\alpha}$.
 Assigned $T_a-P_a = m$ on a^* and $P_a^* Q_a^* = h^*$ orthogonal to a^* , joining (V) with P_a^* and Q_a^* we obtain on f'_{γ} respectively P_a' and Q_a' .
 Consider on α the line r with trace T_r and vanishing $F'_{p\alpha}$; overturning r on π we obtain r^* orthogonal to t_{α} in T_r .
 On r^* let P_r^* a point such that $T_r-P_r^* = m$.
 The spatial point P_r' can be considered the translation of P_a in a direction parallel to t_{α} , then the perspective P_r' must lie on the parallel to t_{α} led through P_a' and simultaneously on r' ($T_r, F'_{p\alpha}$).
 The point P_r' can be obtained on r' also by intersection with $V_p^*-P_r^*$.
 We lead on the line r , the plane β , parallel to γ and on β we consider the line s orthogonal to r in P_r .
 t_{β} results superimposed to r^* and s' can be obtained by joining $F'_{n\alpha}$ with P_r' ; s' intersects t_{β} in T_s .
 Overturning on π so that $F'_{n\alpha}-(V)$ moves into $F'_{n\alpha}-V_n^*$, s results superimposed to t_{β} and $V_n^*-P_r'$ identifies on t_{β} the point P_s^* .
 We report on t_{β} from P_s^* the segment $P_s^* Q_s^* = h^*$, then $V_n^*-Q_s^*$ obtains Q_s' on s' .
 On the parallel to t_{β} led through P_r' , $V_n^* Q_s^*$ identifies Q_{s1}^* ; $P_r' Q_{s1}^*$ is the reduction of $h^* = P_s^* Q_s^*$ made by V_n^* at the depth of P_r' .
 Please note that $P_r' Q_{s1}^*$ doesn't change if the value h^* placed on t_{β} is projected by any F' of f'_{γ} .

Le ortogonali a π da P_a^* e Q_a^* ricavano su $t_\gamma T_p - T_q = h^* \cos \varphi$; P_a^* è su $T_p - F_{n\pi}$, Q_a^* è su $T_q - F_{n\pi}$.

The orthogonals to π from P_a^* and Q_a^* obtains on $t_\gamma T_p - T_q = h^* \cos \varphi$; P_a^* is on $T_p - F_{n\pi}$, Q_a^* is on $T_q - F_{n\pi}$.

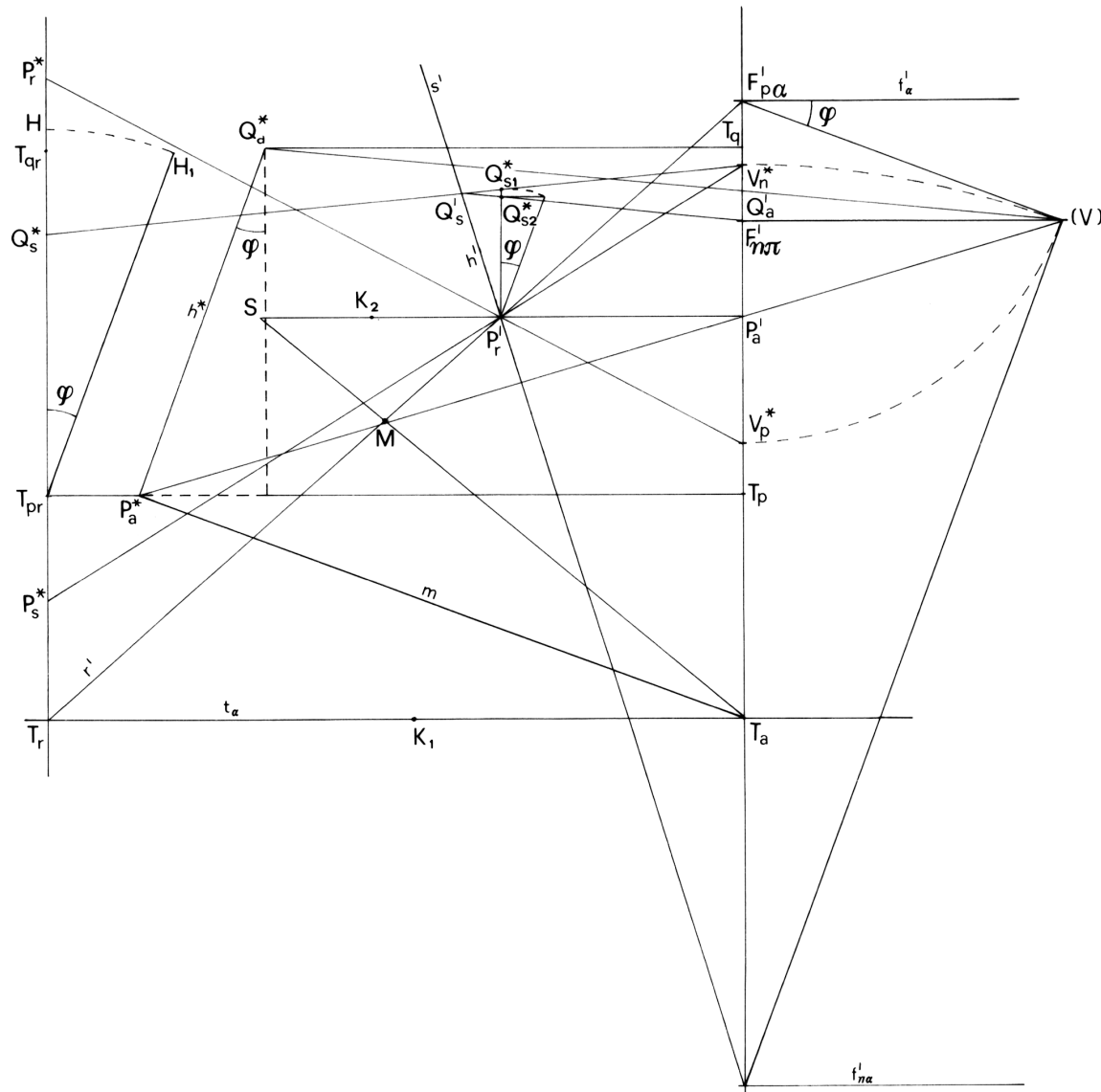


Fig. 1

La traslazione orizzontale di P_a in P_r parallela al quadro sposta le due tracce su t_β ed $F'_{n\pi}$, P'_r , T'_{pr} sono allineati, così pure $F'_{n\pi}$, Q'_s , T'_{qr} .

In figura $T'_{p2}-H=h^*$, $T'_{p2}-H_I=h$ è parallela ad $F'_{n\alpha}-(V)$, $T'_{p2}-T'_{q2}=h^*\cos\varphi=T'_{p2}-T'_{q2}$.

La $T'_{q2}-Q'_s-F'_{n\pi}$ ricava Q'_{s2} sulla $P'_r-Q'_{s1}$; se $P'_r-H_2=P'_r-Q'_{s1}$ è parallela a $F'_{n\alpha}-(V)$ è $P'_r-Q'_{s2}=P'_r-Q'_{s1}\cos\varphi$.

Avendo P'_r e volendo ricavare Q'_s , occorre determinare la h^* e la $h^*\cos\varphi$ ridotte alla profondità di P'_r .

Sia $S-P'_r=P'_r-P'_a$; la T'_a-S ricava M sulla $T'_r-P'_r$; sia $T'_r-K_I=h^*$; la K_I-M ricava K_2 su $S-P'_r$ risulta $P'_r-K_2=P'_r-Q'_{s1}$.

Disponendo di Q'_{s1} e ricavando Q'_{s2} , le $V_n^*Q'_{s1}$ e $F'_{n\pi}-Q'_{s2}$ individuano Q'_s ; $P'_r-Q'_s=h^*$.

La prospettiva Q' di Q risulta perciò per intersezione della $V_n^*-Q'_o$ con la $F'_{n\pi}-Q'_i$, disponendo nel foglio dei punti $F'_{n\pi}$, V_p^* , V_n^* , può ricavarsi la prospettiva di un modello spaziale qualsiasi.

Si osservi che se P' è vicino ad f'_γ , la determinazione di Q'_o e di Q'_i da V_p^* , è suscettibile di imprecisioni.

Si dispongano allora sia $P'-Q'_o$ in $P'-Q'_3$ e $P'-Q'_i$ in $P'-Q'_4$ paralleli a t_α e per proiezione da V_p^* si ricavano i valori apparenti sulla parallela a t_α condotta per P' ; si riportano quindi tali valori sulla parallela alla f'_γ condotta per P' e si procede come già detto.

4.2 Analisi sul quadro (Fig. 2)

Siano dati su π la fuga $F'_{n\pi}$ delle ortogonali a π , la distanza $d=F'_{n\pi}-(V)$, l'angolo φ fra α e π , la traccia t_α del piano orizzontale, le rette p_1 e p_2 di massima pendenza, il campo rettangolare ABCD di α , ribaltato su α in $A^*_oB^*_oC^*_oD^*_o$.

Una omologia di centro V_p^* e di asse t_α lega $A^*_oB^*_oC^*_oD^*_o$ ad $A'B'C'D'$, prospettiva di ABCD.

Un'altra omologia di centro V_p^* e di asse $D'C'$ lega la prospettiva $A'B'C'D'$ al rettangolo $A^*_iB^*_iC^*_iD^*_i$.

The horizontal translation of P_a into P_r parallel to the picture moves the two traces onto t_β and $F'_{n\pi}$, P'_r , T'_{pr} are aligned, as well as $F'_{n\pi}$, Q'_s , T'_{qr} .

In the figure $T'_{p2}-H=h^*$, $T'_{p2}-H_I=h$ is parallel to $F'_{n\alpha}-(V)$, $T'_{p2}-T'_{q2}=h^*\cos\varphi=T'_{p2}-T'_{q2}$.

$T'_{q2}-Q'_s-F'_{n\pi}$ obtains Q'_{s2} on $P'_r-Q'_{s1}$; if $P'_r-H_2=P'_r-Q'_{s1}$ is parallel to $F'_{n\alpha}-(V)$ is $P'_r-Q'_{s2}=P'_r-Q'_{s1}\cos\varphi$.

Having P'_r and wanting to obtain Q'_s , need to determine h^* and $h^*\cos\varphi$ reduced to the depth of P'_r .

Let $S-P'_r=P'_r-P'_a$; T'_a-S obtains M on $T'_r-P'_r$; let $T'_r-K_I=h^*$; K_I-M obtains K_2 on $S-P'_r$ results $P'_r-K_2=P'_r-Q'_{s1}$.

Having Q'_{s1} and obtaining Q'_{s2} , $V_n^*Q'_{s1}$ and $F'_{n\pi}-Q'_{s2}$ identify Q'_s ; $P'_r-Q'_s=h^*$.

The perspective Q' of Q results then by intersection of $V_n^*-Q'_o$ with $F'_{n\pi}-Q'_i$, having in the sheet the points $F'_{n\pi}$, V_p^* , V_n^* , can be obtained the perspective of a spatial model any.

Note that if P' is close to f'_γ , the determination of Q'_o and Q'_i from V_p^* is susceptible to inaccuracies.

We dispose then $P'-Q'_o$ into $P'-Q'_3$ and $P'-Q'_i$ into $P'-Q'_4$ parallel to t_α and by projection from V_p^* we obtain the apparent values on the parallel to t_α led through P' ; we report then these values on the parallel to f'_γ led through P' and we proceed as already said.

4.2 Analysis on the picture plane (Fig. 2)

Let given on π the vanishing $F'_{n\pi}$ of the orthogonals to π the distance $d=F'_{n\pi}-(V)$, the angle φ between α and π , the trace t_α of the horizontal plane, the lines p_1 and p_2 of maximum slope, the rectangular field ABCD of α , overturned onto α into $A^*_oB^*_oC^*_oD^*_o$.

A homology with center V_p^* and axis t_α binds $A^*_oB^*_oC^*_oD^*_o$ to $A'B'C'D'$, perspective of ABCD.

Another homology with center V_p^* and axis $D'C'$ binds the perspective $A'B'C'D'$ to the rectangle $A^*_iB^*_iC^*_iD^*_i$.

La prospettiva $A'B'C'D'$ di un campo $ABCD$ di α , che non sia rappresentabile su π , perché in gran parte fuori foglio, può essere ricavata da una figura $A_1^*B_1^*C_1^*D_1^*$, che è tutta sul foglio, e rappresenta alla scala della $m' = D_1^*C_1^* = D'C'$ il campo ribaltato $A_0^*B_0^*C_0^*D_0^*$, a cui è legata da omotetia di centro V^*p .

The perspective $A'B'C'D'$ of a field $ABCD$ of α , that is not representable on π , since in large part outside the sheet, can be obtained from a figure $A_1^*B_1^*C_1^*D_1^*$, that is whole on the sheet, and represents at the scale of $m' = D_1^*C_1^* = D'C'$ the overturned field $A_0^*B_0^*C_0^*D_0^*$, to which is bound by homothety with center V^*p .

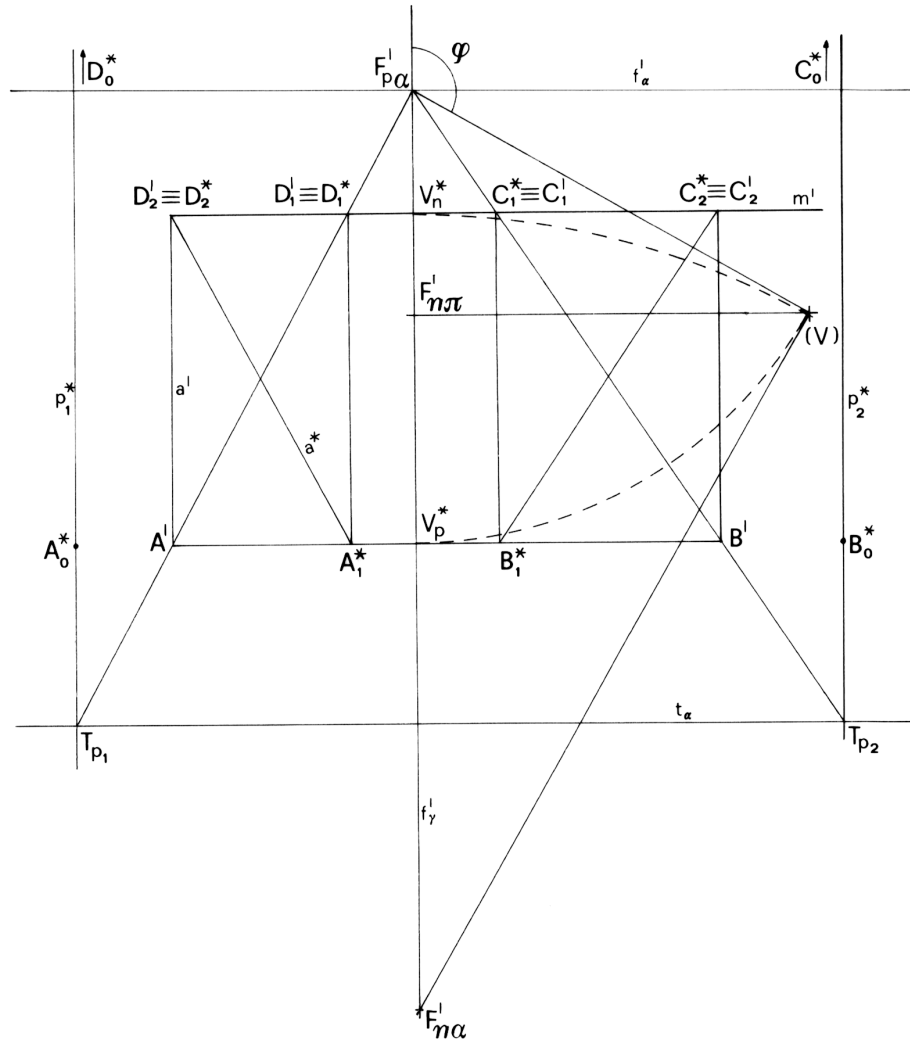


Fig. 2

Il campo prospettico rettangolare $A'B'C_2D_2$ è ricavabile dal campo trapezio $A^*B^*C_2^*D_2^*$ e inoltre la scala $1/n$ della m' rispetto a quella usata su t_α può essere prefissata posizionando t_α fuori foglio in modo che il rapporto fra la distanza D' della m' dalla f'_α , fuori foglio, e la distanza H_1 di f'_α dalla t_α , fuori foglio, risulti proprio $1/n$.

4.3 Preliminari prospettici (Fig. 3)

Si posizioni sulla f'_γ la fuga $F'_{n\pi}$ delle ortogonali a π ; la distanza $F'_{n\pi}-V_1$ sia pari a d/n , ponendo per es. $n=10$, come in figura.

Condotta da V_1 la retta che formi con la f'_γ l'angolo φ fra α e π , si ricavi F'_{p1} ; risulta $F'_{p1}-F'_{n\pi} = (F'_{p\alpha}-F'_{n\pi})/10$.

Condotta da V_1 la retta ortogonale alla $V_1-F'_{p1}$, si ricavi F'_{n1} ; risulta $F'_{n1}-F'_{n\pi} = (F'_{n\alpha}-F'_{n\pi})/10$.

Si ribaltino $F'_{p1}-V_1$ in $F'_{p1}-V^*$ ed $F'_{n1}-V_1$ in $F'_{n1}-V^*$.

Siano $F'_{n\pi}-V^*_p = 10 \times (F'_{n\pi}-V^*_{p1})$ ed $F'_{n\pi}-V^*_n = 10 \times (F'_{n\pi}-V^*_{n1})$, con V^*_p e V^*_n nel foglio.

Si osservi che V^*_n è casualmente sull'asse di omologia $D'C'$, e che i raggi uscenti dal centro di omologia V^*_p e proiettanti A^*_1 in A' e B^*_1 in B' possono casualmente risultare sovrapposti.

Per ottenere D' , si consideri per A' la parallela alla $M-F'_{p1}$ essendo $F'_{n\pi}-M = 1/10$ di $A'-F'_{n\pi}$; la $A'D'$ fuga in $F'_{p\alpha}$ fuori foglio.

Di tutto ciò che sarà posizionato nel campo trapezio $A^*B^*C_2^*D_2^*$ potrà ricavarsi la prospettiva nel seguente modo.

Scelto P^* , si ricava N^* sulla $A^*_1D^*_2$; di N^* si determina l'omologo N' su AD_2 e quindi si perviene a P' .

Alla scala di m si riporti la verticale $P^*-Q^*_o = P-Q$ e da V^*_p si proietti sulla verticale per P' in $P'Q'_o$.

Posto $P'Q'_o = P'Q'_o$ parallelo a $F'_{n1}-(V)$ si proietti Q^*_1 in Q'_1 .

$V^*_nQ'_o$ incide $F'_{n\pi}-Q'_1$ in Q , $Q'-P'$ è prospettiva di $Q-P$ ortogonale ad α in P , e di fuga $F'_{n\alpha}$.

Si ricorda che l'omologia di asse m' e di centro V^*_p è applicabile solo per i punti di α e non per le quote.

The rectangular perspective field $A'B'C_2D_2$ is obtainable from the trapezoidal field $A^*B^*C_2^*D_2^*$ and also the scale $1/n$ of m' in respect to that used on t_α can be preset by placing t_α outside the sheet so that the ratio between the distance D' of m' from f'_α , outside the sheet, and the distance H_1 of f'_α from t_α , outside the sheet, results just $1/n$.

4.3 Perspective preliminaries (Fig. 3)

We place on f'_γ the vanishing $F'_{n\pi}$ of the orthogonals to π ; the distance $F'_{n\pi}-V_1$ let equal to d/n , fixing for example $n=10$, as shown in figure.

Led from V_1 the line that forms with f'_γ the angle φ between α and π , we obtain F'_{p1} ; results $F'_{p1}-F'_{n\pi} = (F'_{p\alpha}-F'_{n\pi})/10$.

Led from V_1 the line orthogonal to $V_1-F'_{p1}$, we obtain F'_{n1} ; results $F'_{n1}-F'_{n\pi} = (F'_{n\alpha}-F'_{n\pi})/10$.

We overturn $F'_{p1}-V_1$ into $F'_{p1}-V^*$ and $F'_{n1}-V_1$ into $F'_{n1}-V^*$.

Let $F'_{n\pi}-V^*_p = 10 \times (F'_{n\pi}-V^*_{p1})$ and $F'_{n\pi}-V^*_n = 10 \times (F'_{n\pi}-V^*_{n1})$, with V^*_p and V^*_n within the sheet.

Note that V^*_n is accidentally on the axis of homology $D'C'$, and that the rays outgoing from the center of homology V^*_p and projecting A^*_1 into A' and B^*_1 into B' can be accidentally result superimposed.

To obtain D' , consider for A' the parallel to $M-F'_{p1}$ being $F'_{n\pi}-M = 1/10$ of $A'-F'_{n\pi}$; $A'D'$ vanishes into $F'_{p\alpha}$ outside the sheet.

Of all that is placed in the trapezoidal field $A^*B^*C_2^*D_2^*$ can be obtained the perspective as follows.

Chosen P^* , we obtain N^* on $A^*_1D^*_2$; of N^* we determine the homologous N' on AD_2 and then we come to P' .

At the scale of m we report the vertical $P^*-Q^*_o = P-Q$ and from V^*_p we project on the vertical through P' into $P'Q'_o$.

Fixed $P'Q'_o = P'Q'_o$ parallel to $F'_{n1}-(V)$ we project Q^*_1 into Q'_1 .

$V^*_nQ'_o$ incides $F'_{n\pi}-Q'_1$ into Q , $Q'-P'$ is perspective of $Q-P$ orthogonal to α in P , e with vanishing $F'_{n\alpha}$.

Please note that the homology with axis m' and center V^*_p is applicable only for the points of α and not for the heights.

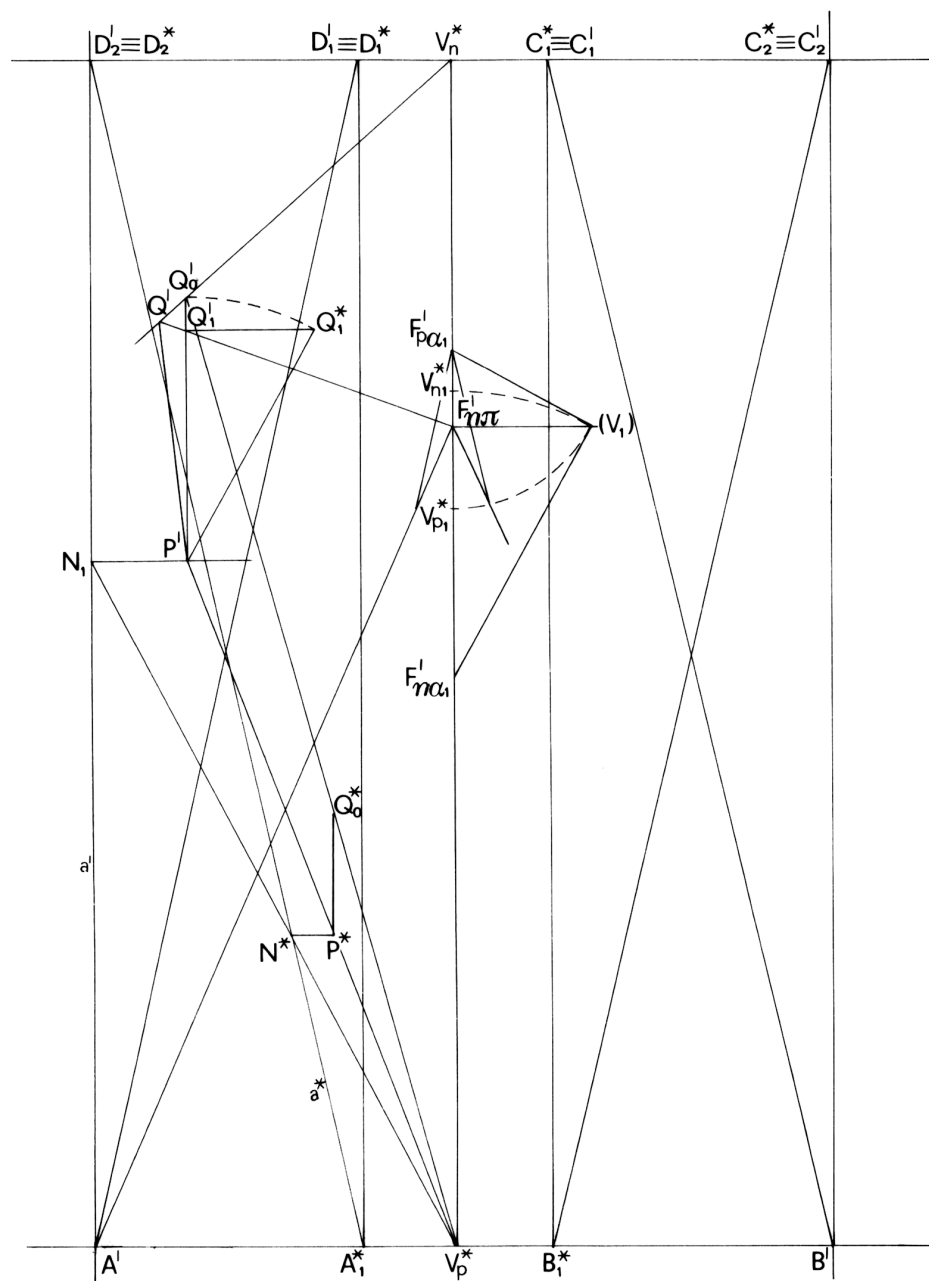


Fig. 3

4.4 Portale della cappella di villa Badia Settangeli

I dati acquisiti attraverso il rilevamento del portale sono alla base di una serie di elaborati grafici appena sufficienti alla comunicazione delle modanature che articolano il bel manufatto. La lettura spaziale dei suoi particolari è legata però alla convenzionalità di correlazione fra pianta, prospetto e sezione, in pratica alla conoscenza della geometria che presiede alla proiezione ortogonale multipla, in questo caso su tre quadri, da tre centri convenzionalmente assunti all'infinito, le notissime proiezioni del Monge.

Manca però una figura prospettica, suggestiva, stimolante, convenzionale sì, ma accattivante, un'immagine ad effetto, capace di promuovere interesse, per evidenziare l'architettura, per puntualizzare l'efficacia dei messaggi artistici.

Perciò ho pensato di esplicitare le viste "fredde" con questa prospettiva su quadro inclinato eseguita secondo le "vie" sin qui tracciate. Per semplificare, ed agevolare i controlli, ho adottato un angolo di inclinazione di 45° sul piano orizzontale, ed ho posto il punto di fuga delle ortogonali al quadro, $F'_{n\pi}$, prossimo al centro del campo.

Fissata la distanza ridotta $F'_{n\pi}-(V_1)$, considero il piano γ verticale proiettante, la cui retta di fuga f'_γ è la verticale passante per $F'_{n\pi}$. Condotte per (V_1) le rette a 45° sulla orizzontale $F'_{n\pi}-(V_1)$, restano individuati su f'_γ due punti di fuga del sistema ridotto, F'_{p1} ed F'_{n1} , simmetrici rispetto ad $F'_{n\pi}$.

F'_{p1} è la fuga delle rette di massima pendenza della giacitura orizzontale α rispetto al quadro π , F'_{n1} è la fuga delle rette ortogonali alla predetta giacitura; restano determinati in conseguenza i relativi punti di misura in V^*_{p1} e V^*_{n1} , essendo $F'_{p1}-(V_1) = F'_{p1}-V^*_{p1}$, $F'_{n1}-(V_1) = F'_{n1}-V^*_{n1}$, e per il particolare angolo di inclinazione adottato, 45° , $F'_{n\pi}-V^*_{p1} = F'_{n\pi}-V^*_{n1}$.

Il sistema ora descritto sia nel rapporto $1/7$ rispetto a quello reale; tale rapporto consente di conservare sulla f'_γ a partire da $F'_{n\pi}$ l'ubicazione dentro i limiti del campo i punti di misura del

4.4 Portal of the chapel of villa Badia Settangeli

The data acquired through the surveying of the portal are the basis of a series of graphic papers just enough to notice the moldings that articulate the beautiful artifact.

The spatial reading of its details is however bound to the conventionality of correlation between plan, elevation and section, practically to the knowledge of the geometry that governs the multiple orthogonal projection, in this case over three pictures, from three centers conventionally taken to infinity, the well-known Monge's projection.

Fails to include a figure in perspective, suggestive, inciting, conventional yes, but interesting, an impressive image, able to promoting interest, to emphasize the architecture, to point out the effectiveness of artistic messages.

So I thought to make explicit the "cold" views with this perspective on inclined picture made according to the "ways" so far traced. To simplify and facilitate the checks, I adopted an inclination angle of 45° in the horizontal plane, and I placed the vanishing point of the orthogonals to the picture, $F'_{n\pi}$, close to the center of the field.

Fixed the reduced distance $F'_{n\pi}-(V_1)$, I consider the vertical plane γ projecting, whose vanishing line f'_γ is the vertical passing through $F'_{n\pi}$.

Led through (V_1) the lines at 45° on the horizontal $F'_{n\pi}-(V_1)$, remains identified on f'_γ two vanishing points of the reduced system, F'_{p1} and F'_{n1} , symmetrical in respect to $F'_{n\pi}$.

F'_{p1} is the vanishing of the lines of maximum slope of the horizontal arrangement α in respect to the picture π , F'_{n1} is the vanishing of the lines orthogonal to the aforesaid arrangement; remains consequently determined the relative measuring points in V^*_{p1} and V^*_{n1} , being $F'_{p1}-(V_1) = F'_{p1}-V^*_{p1}$, $F'_{n1}-(V_1) = F'_{n1}-V^*_{n1}$, and due to the particular inclination angle adopted, 45° , $F'_{n\pi}-V^*_{p1} = F'_{n\pi}-V^*_{n1}$.

Let the system just described in the ratio $1/7$ in respect to the real one; this ratio allows to keep on f'_γ starting from $F'_{n\pi}$ the location

sistema V_p^* e V_n^* , essendo $F'_{n\pi} - V_p^* = (F'_{n\pi} - V_{p1}^*) \times 7$ ed $F'_{n\pi} - V_n^* = (F'_{n\pi} - V_{n1}^*) \times 7$.

Nel caso del portale la vista dal basso assicura certamente un impatto delle apparenze sensibilmente più emotivo, perciò si è posto F'_{n1} in alto e ne deriva che, per il senso di ribaltamento, V_n^* risulta al limite inferiore del campo, mentre V_p^* per la simmetria del sistema si trova al limite superiore.

La pianta del portale è posta sul piano α in modo che nel ribaltarsi ricade nell'intorno di $F'_{n\pi}$; inoltre per semplificare la predetta pianta ribaltata ha la verticale per $F'_{n\pi}$ come asse di simmetria ortogonale; il piano γ è piano di simmetria ortogonale del portale.

Le parti della pianta in vista e più vicine al centro di proiezione V risultano, a seguito del ribaltamento, più in alto, ovvero la pianta ribaltata è riportata al contrario rispetto alla posizione adottata nella corrispondente proiezione ortogonale del Monge.

Il sovrapporsi della pianta ribaltata nel campo in cui sarà ricavata la prospettiva del portale presenta indubbiamente qualche svantaggio; il ribaltamento in senso opposto elimina tale inconveniente, ma allontana fra loro i punti di misura ridotti avvicinandosi ai bordi del campo ed impedendo il rapporto 7 per $F'_{n\pi} - V_p^*$ rispetto ad $F'_{n\pi} - V_{p1}^*$.

Ciò implicherebbe di operare con il sistema ridotto e di ottenere una figura aberrata per la ridotta distanza dell'osservatore V rispetto al quadro ed al soggetto da rappresentare.

Sulla orizzontale per $F'_{n\pi}$, il più vicino possibile al bordo del campo, sia scelto il punto A , definendo un campo di larghezza $A - F'_{n\pi} - A$ ed altezza $V_n^* - F'_{n\pi} - V_p^*$.

Sulla $A-A$ si ricavi B in modo che risulti $F'_{n\pi} - B = (F'_{n\pi} - A) / 7$ e si tracci per A la retta a_p parallela alla $B - F'_{p1}$; si osservi che, per la similitudine fra i triangoli $F'_{n\pi} - B - F'_{p1}$ ed $F'_{n\pi} - A - F'_p$, la retta a_p interseca la f'_γ proprio in F'_p fuori foglio.

Analogamente si conduca per la retta a_n parallela alla $B - F'_{n1}$; per la similitudine fra i triangoli $F'_{n\pi} - B - F'_{n1}$ ed $F'_{n\pi} - A - F'_n$, la retta a_n interseca la f'_γ proprio in F'_n fuori campo.

within the limits of the field the measuring points of the system V_p^* and V_n^* , being $F'_{n\pi} - V_p^* = (F'_{n\pi} - V_{p1}^*) \times 7$ and $F'_{n\pi} - V_n^* = (F'_{n\pi} - V_{n1}^*) \times 7$. In the case of the portal, the view from below certainly provides a significantly more emotional impact of appearances, so I placed F'_{n1} at the top and it follows that, for the sense of overturning, V_n^* results the lower limit of the field, while V_p^* due to the symmetry of the system is located at the superior limit.

The plan of the portal is placed on the plane α so that after the overturning lies in the neighbourhood of $F'_{n\pi}$; further to simplify the aforesaid overturned plan has the vertical through $F'_{n\pi}$ as axis of orthogonal symmetry; the plane γ is plane of orthogonal symmetry of the portal.

Parts of the plan in view and closer to the center of projection V are, as a result of overturning, higher, ie the overturned plan is shown on the contrary in respect to the position adopted in the corresponding orthogonal projection of Monge.

The overlapping of the overturned plan in the field in which will be made the perspective of the portal presents clearly some disadvantages; the overturning in the opposite direction eliminates this problem, but drifts apart the reduced measuring points approaching the edge of the field and preventing the ratio 7 for $F'_{n\pi} - V_p^*$ in respect to $F'_{n\pi} - V_{p1}^*$.

This would imply to operate with the reduced system and to obtain an aberrated figure due to the reduced distance of the observer V in respect to the picture and the subject to represent.

On the horizontal through $F'_{n\pi}$, as close as possible to the edge of the field, is chosen the point A , by defining a field of width $A - F'_{n\pi} - A$ and height $V_n^* - F'_{n\pi} - V_p^*$.

On $A-A$ we obtain B so that results $F'_{n\pi} - B = (F'_{n\pi} - A) / 7$ and we trace through A the line a_p parallel to $B - F'_{p1}$; note that, due to the similarity between the triangles $F'_{n\pi} - B - F'_{p1}$ and $F'_{n\pi} - A - F'_p$, the line a_p intersects f'_γ just in F'_p outside the sheet.

Similarly we lead through the line a_n parallel to $B - F'_{n1}$; due to the similarity between the triangles $F'_{n\pi} - B - F'_{n1}$ and $F'_{n\pi} - A - F'_n$, the line a_n intersects f'_γ just in F'_n outside the sheet.

La retta a_p è prospettiva di una retta di massima pendenza che si ribalta come retta (a_p) fuori foglio ortogonale alla traccia t_α pure fuori foglio, intersecandola unitamente alla prospettiva a_p . Ciascun punto di a_p è prospettiva di un punto della corrispondente retta di α e può ricavarsi non solo con riferimento al sistema reale ma fuori campo, utilizzando V_p^* e la ribaltata (a_p) fuori campo, ma anche con riferimento al sistema interno al campo utilizzando a_p , \underline{a} , V_p^* ; infatti può assumersi il punto \underline{A} , intersezione della \underline{a} con la V_p^* -A come punto generatore della prospettiva per proiezione da V_p^* .

Si osservi che solo per semplificare ho scelto di congiungere A con F'_p , dando origine ad a_p e che solo per comodità ho posto come corrispondente della a_p la \underline{a}_p ; la a_p incide la \underline{a}_p sulla orizzontale per V_n^* , tale orizzontale è bordo del campo ma è anche asse dell'omologia di centro V_p^* , definita dalla coppia di punti omologhi \underline{A} , A ovvero dalla coppia delle rette omologhe \underline{a}_p , a_p . In virtù di questa omologia, alla retta b assunta come bordo laterale del campo, passante per A, corrisponde la \underline{b} passante per \underline{A} e incidente la b in M, sull'asse di omologia.

A ciascuno dei punti ribaltati ricadenti nella zona $\underline{N}-V_p^*-\underline{N}-M-V_n^*-M-\underline{N}$ per la predetta omologia corrisponderà un punto in prospettiva ricadente nel campo $N-V_p^*-M-V_n^*-M$, senza dovere ricorrere a punti esterni al campo risolvendo tutte le operazioni necessarie muovendosi esclusivamente entro i limiti del campo suddetti.

Allora riporto in campo la pianta, ribadendo che solo per semplificare faccio corrispondere il suo asse con f'_v ; la prospettiva della pianta risulterà più in giù e le linee verticali del prospetto, fuganti su F'_n , che è fuori foglio in su e si sviluppano nella zona centrale del campo comprendente F'_{nt} .

Una delle prime operazioni mira a verificare l'ingombro della prospettiva.

Per il punto \underline{C} , chiave dell'arco, nella pianta ribaltata, considero l'orizzontale incidendo la \underline{b} in \underline{C}_1 ; per proiezione da V_p^* di \underline{C}_1 ottengo sulla b il punto C_1 .

The line a_p is perspective of a line of maximum slope that is overturned as line (a_p) outside the sheet orthogonal to the trace t_α outside the sheet too, intersecting it together with the perspective a_p . Each point of a_p is perspective of a point of the corresponding line of α and can be obtained only with reference to the real system but outside the field, using V_p^* and the overturned (a_p) outside the field, but also with reference to the internal system to the field using a_p , \underline{a} , V_p^* ; in fact the point \underline{A} , intersection of \underline{a} with V_p^* -A, can be assumed as generating point of the perspective by projection from V_p^* .

Note that only to simplify I chosen to join A with F'_p , living birth to a_p and only for convenience I fixed \underline{a}_p as correspondent of a_p ; a_p incides \underline{a}_p on the horizontal through V_n^* , this horizontal is edge of the field but is also axis of the homology with center V_p^* , defined by the pair of homologous points \underline{A} , A or the pair of homologous line \underline{a}_p , a_p .

By virtue of this homology, to the line b assumed as lateral edge of the field, passing through A, corresponds \underline{b} passing through \underline{A} and incident b in M, on the axis of homology.

At each of the overturned points falling within the zone $\underline{N}-V_p^*-\underline{N}-M-V_n^*-M-\underline{N}$ due to the aforesaid homology corresponds a point in perspective falling within the field $N-V_p^*-M-V_n^*-M$, without having to recourse to points outside the field resolving all the necessary operations by moving only within the aforesaid limits of the field.

Then I report in field the plan, insisting that only to simplify I match its axis with f'_v ; the perspective of the plan will results more down and the vertical lines of the elevation, vanishing on F'_n , which is outside the sheet upwards and develop in the central area of the field containing F'_{nt} .

One of the first operations aims to assess the encumbrance of the perspective.

For the point \underline{C} , keystone of the arch, in the overturned plan I consider the horizontal incising \underline{b} in \underline{C}_1 ; by projection from V_p^* of \underline{C}_1 I obtain on b the point C_1 .

Sia \underline{C}_1 - \underline{H}_c la quota del punto chiave relativa al piano orizzontale di riferimento al quale appartiene la pianta, riportata ribaltata. La proiezione di \underline{H}_c da V_p^* sull'orizzontale condotta per C_1 individua H_c . Riporto C_1 - H_c prima in C_1 - H_1 sulla verticale per C_1 e poi in H_c - H_2 sulla obliqua per H_c , a 45° sull'orizzontale. Sia H_3 l'intersezione della orizzontale, condotta per H_2 , con la verticale per C_1 . Per quanto chiarito in precedenza l'intersezione della H_1 - V_n^* con la H_3 - $F_{n\pi}'$ individua C_2 , prospettiva in quota riferita a \underline{C}_1 ; l'orizzontale condotta per C_2 interseca f_v' in C_1 prospettiva in quota relativa a \underline{C} . Il processo risolutivo per i punti prossimi alla f_v' richiede la suddetta traslazione di comodo; per i punti eccentrici la costruzione è rapida e semplice. Infatti scelto \underline{E} si ricava la prospettiva in quota e secondo la sequenza: orizzontale per \underline{E} , intersezione con \underline{h} in \underline{E}_1 , quota relativa del punto considerato riportata sulla orizzontale in \underline{E}_1 - \underline{K} ; proiezione da V_p^* di \underline{E}_1 in E_1 , nonché di \underline{E} in E_o e di \underline{K} in K sull'orizzontale condotta per E_1 ; essendo E_o la prospettiva della traccia dello spigolo verticale sul piano α della pianta. Si riporta E_o - K prima in E_o - K_1 sulla verticale per E_o , poi in K - K_2 sulla obliqua condotta per K , a 45° sulla orizzontale e cioè parallela alla (V_1) - F_{n1}' . Individuato K_3 sulla E_o - K_1 mediante l'orizzontale condotta per K_2 , l'intersezione fra la K_1 - V_n^* e K_3 - $F_{n\pi}'$ rappresenta la prospettiva in quota e, essendo E_o - E prospettiva dello spigolo verticale fugante in F_n' fuori foglio. Si deve porre la massima attenzione nell'individuare le varie intersezioni, nel riportare i vari segmenti, nell'operare le varie proiezioni, ed a tutto ciò corrisponderà una figura prospettica grande, corretta, gradevole, vista da posizioni inusitate, senza condizionamenti dimensionali di foglio, di inclinazione, di distanza e di riga, che al più non supera la diagonale del foglio.

Let \underline{C}_1 - \underline{H}_c the height of the key point relative to the horizontal plane of reference to which the plan belongs, reported overturned. The projection of \underline{H}_c from V_p^* on the horizontal led through C_1 identifies H_c . I report C_1 - H_c first into C_1 - H_1 on the vertical through C_1 and then into H_c - H_2 on the oblique through H_c , at 45° to the horizontal. Let H_3 the intersection of the horizontal, led through H_2 , with the vertical through C_1 . As explained above the intersection of H_1 - V_n^* with H_3 - $F_{n\pi}'$ identifies C_2 , perspective in height referred to \underline{C}_1 ; the horizontal led through C_2 intersects f_v' in C_1 perspective in height relative to \underline{C} . The resolutive process for the points close to f_v' require the aforesaid translation of convenience; for the eccentric points the construction is quick and simple. In fact chosen \underline{E} I obtain the perspective in height and following the sequence: horizontal through \underline{E} , intersection with \underline{h} in \underline{E}_1 , relative height of the considered point reported on the horizontal into \underline{E}_1 - \underline{K} ; projection from V_p^* of \underline{E}_1 into E_1 , as well as \underline{E} into E_o and of \underline{K} into K on the horizontal led through E_1 ; being E_o the perspective of the trace of the vertical edge on the plane α of the plan. We report E_o - K first into E_o - K_1 on the vertical through E_o , then into K - K_2 on the oblique led through K , at 45° to the horizontal that is parallel to (V_1) - F_{n1}' . Identified K_3 on E_o - K_1 using the horizontal led through K_2 , the intersection between K_1 - V_n^* and K_3 - $F_{n\pi}'$ represents the perspective in height and, being E_o - E perspective of the vertical edge vanishing into F_n' outside the sheet. One must pay the greatest attention to identifying the various intersections, reporting the various segments, making the various projections, and to all this will corresponds a perspective figure large, correct, pleasant, viewed from unusual positions, without dimensional conditioning of sheet, inclination, distance and ruler, which at most doesn't exceed the diagonal of the sheet.

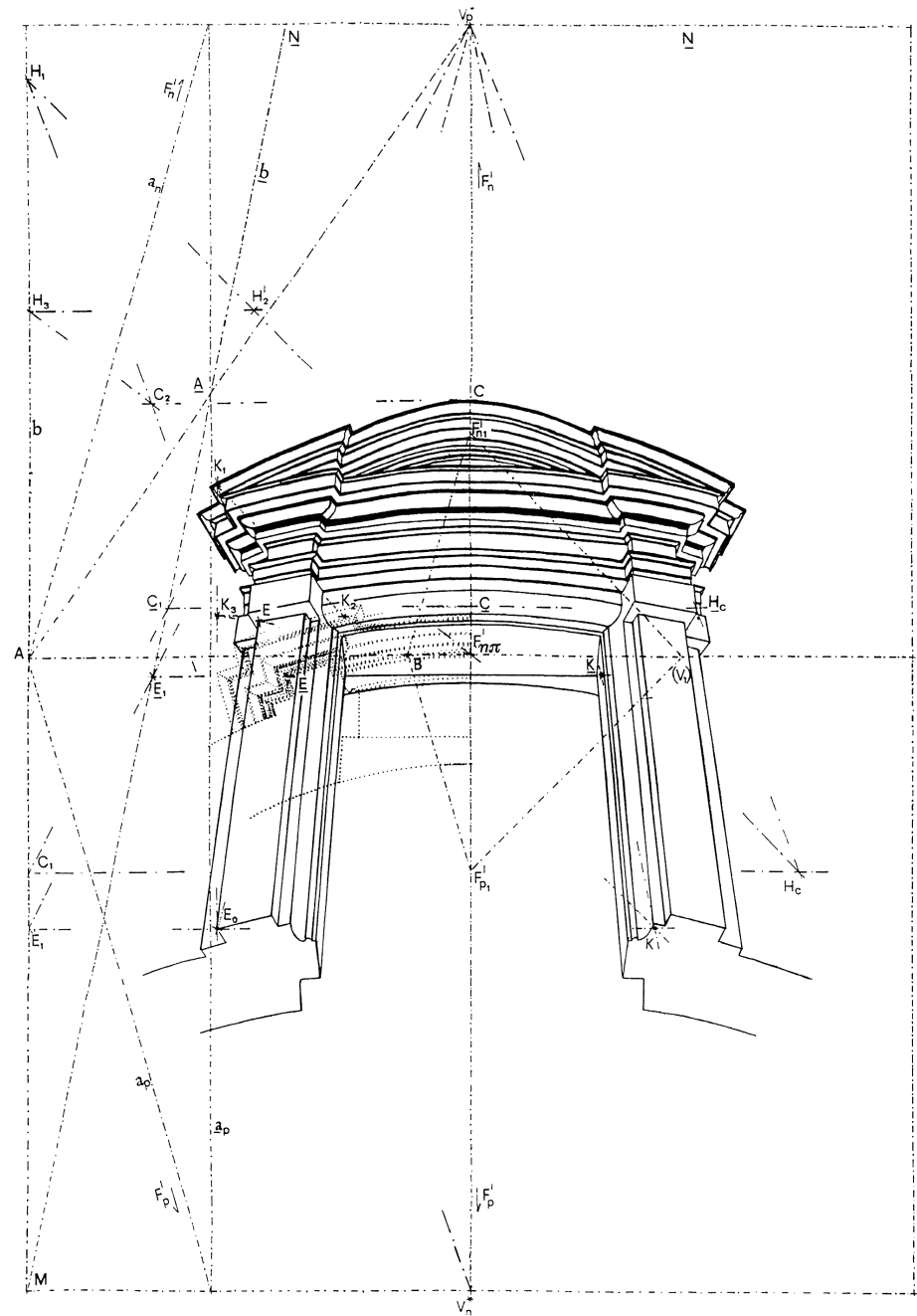


Fig. 4

Conclusioni

Siamo finalmente giunti alla fine del nostro viaggio, e mi auguro che le premesse fatte siano state condivise e, perché no, anche vissute.

Lo studio sviluppato ha validità se è determinante di una visione interiore ricca, dinamica e flessibile.

L'applicazione pedissequa del "come si fa" è un baratto incongruo del "sapere" e spero che lo studioso non abbia avuto le smanie di conoscere le "conclusioni" piuttosto che il saggio scrupolo di "appropriarsi" della "struttura".

Spero inoltre che il linguaggio adottato sia risultato semplice e diretto, e colgo l'occasione per scusarmi dell'eventuale presenza di errori non individuati.

Ringrazio infine il Prof. Riccardo Migliari per i consigli e il sostegno dei quali mi sono giovata durante le ricerche, ma soprattutto per la fiducia nelle mie capacità, fiducia che è stata, ed è tuttora, promotrice di tante iniziative.

Le tavole presenti in appendice sono state selezionate dal sito www.inzerillomichele.eu e non hanno l'obiettivo di "provare" una tesi, bensì di stabilire un ponte ad ulteriori approfondimenti. Il problema è, infatti, ancora aperto!

Conclusions

At the end of this interesting trip I hope that the goals made at the beginning has been shared and, why not, also lived. The study developed is valid if it is the result of a rich and dynamic interior vision. The application of the "how making" is an incongruous barter of the "knowledge" and I hope that the student had the scruple wise to "steal" the "structure".

I also hope that the language used has been simple and direct and I am apologize for the possible presence of undetected errors.

Finally I thank Prof. Riccardo Migliari for the advice and support of which I have benefited during the search and, specially, I thank him to encouraged me and confided in my abilities, trust that has been, and still is, promoter of many initiatives.

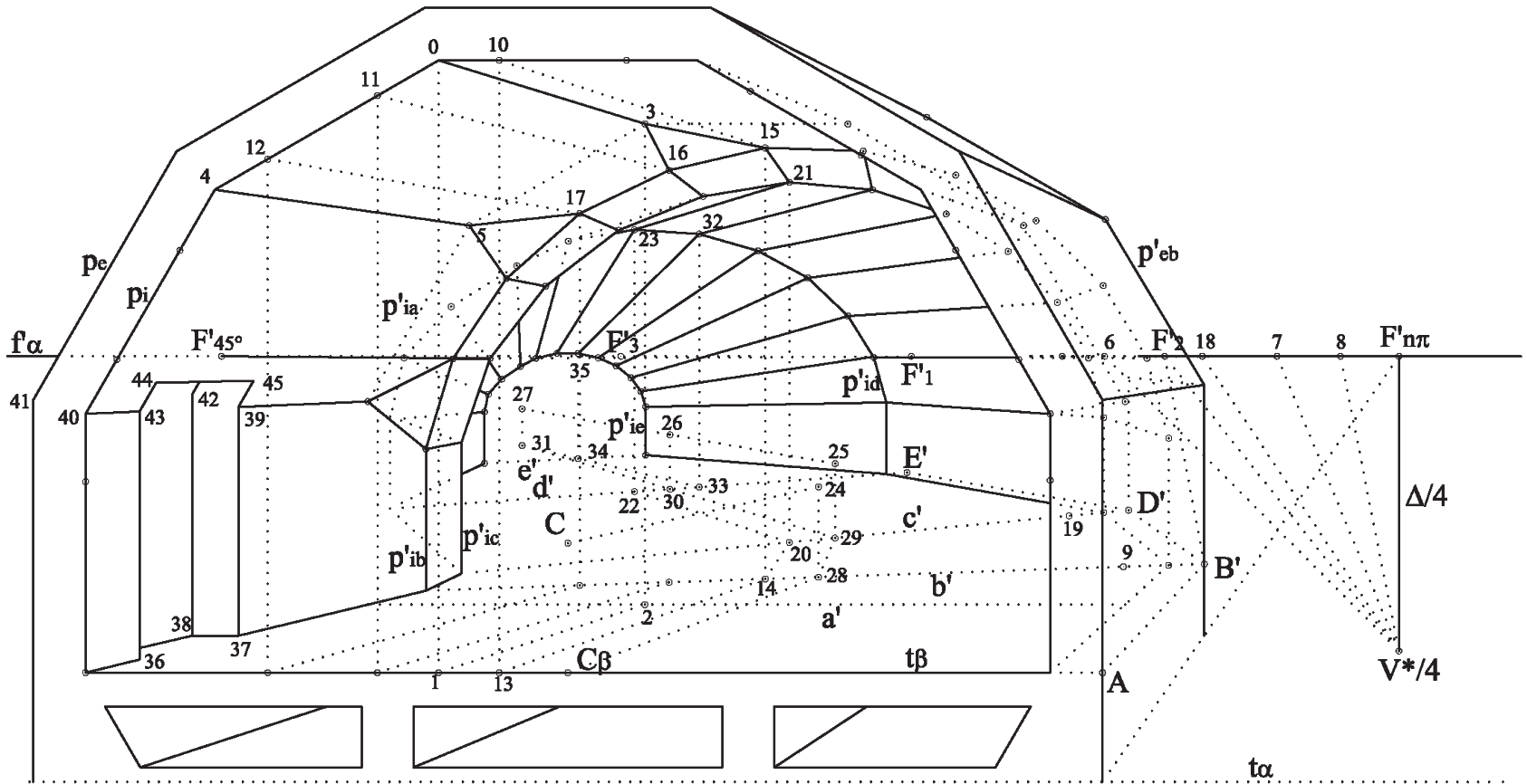
The tables present in the appendix are from website www.inzerillomichele.eu and established a bridge to further study. In fact, the problem is still open!

Appendici

Appendix

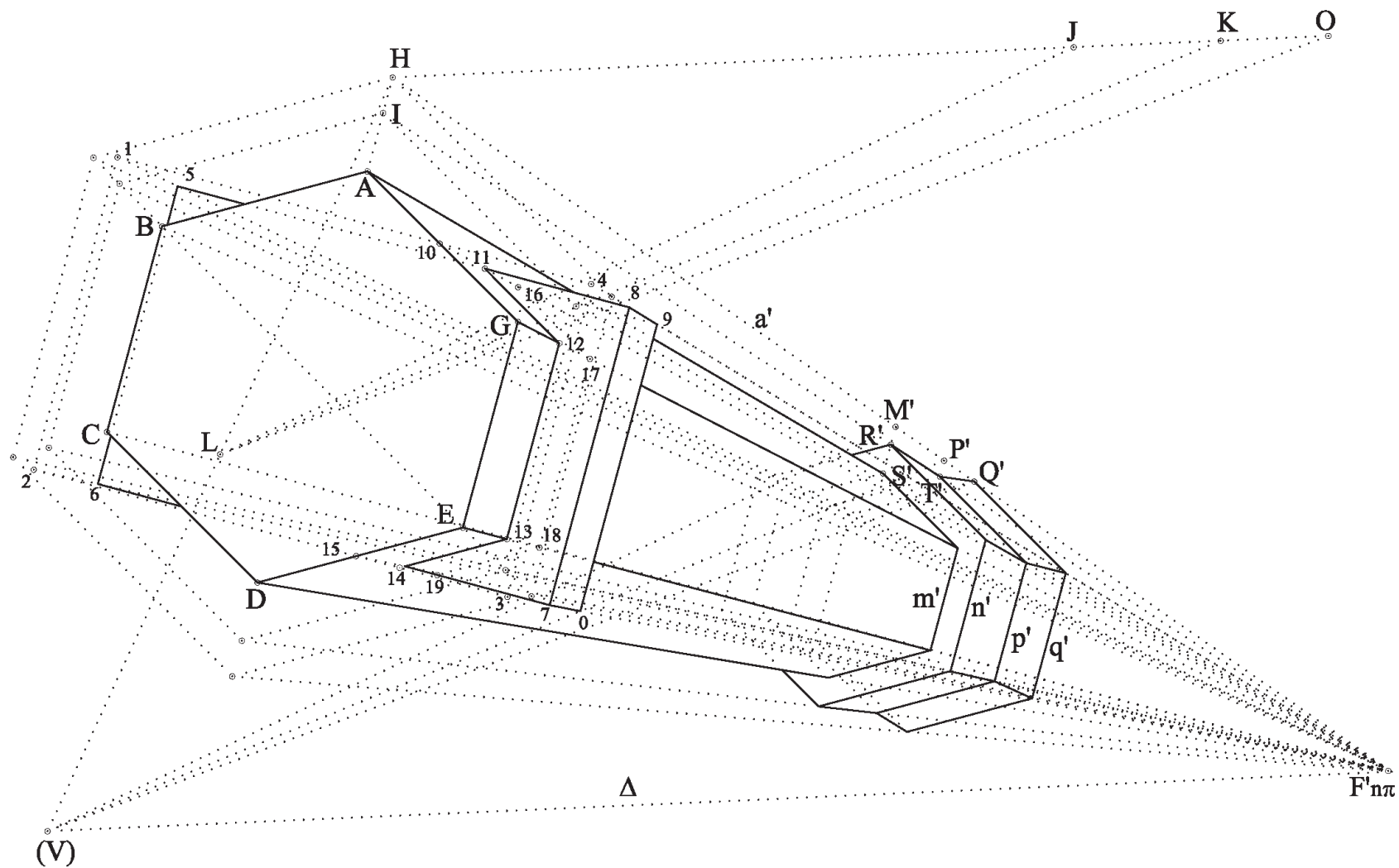
Appendice I – Sezioni piane

Appendix I – Plane sections



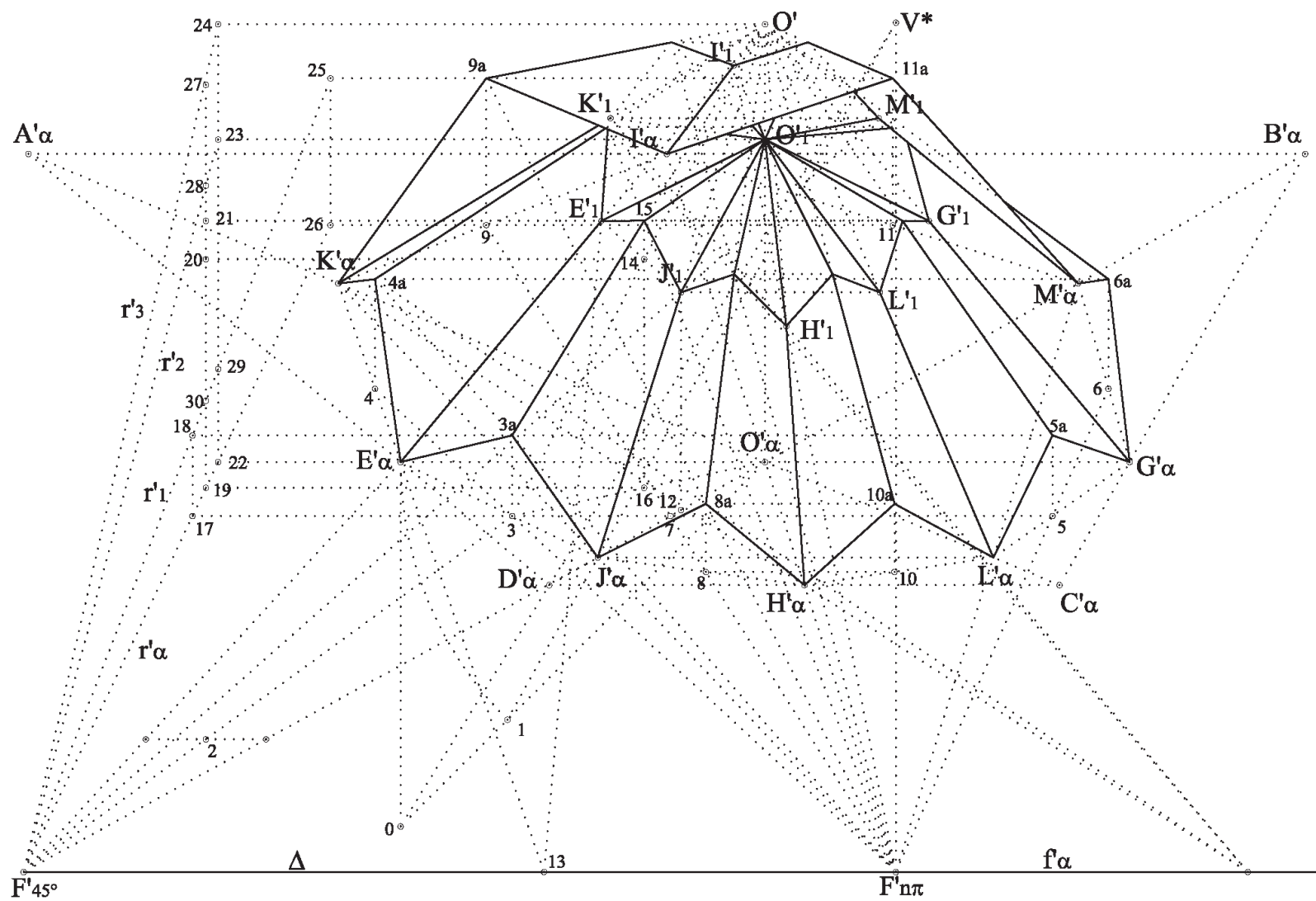
Cavità prismatiche in serie e non allineate
Aligned and not aligned prismatic cavities

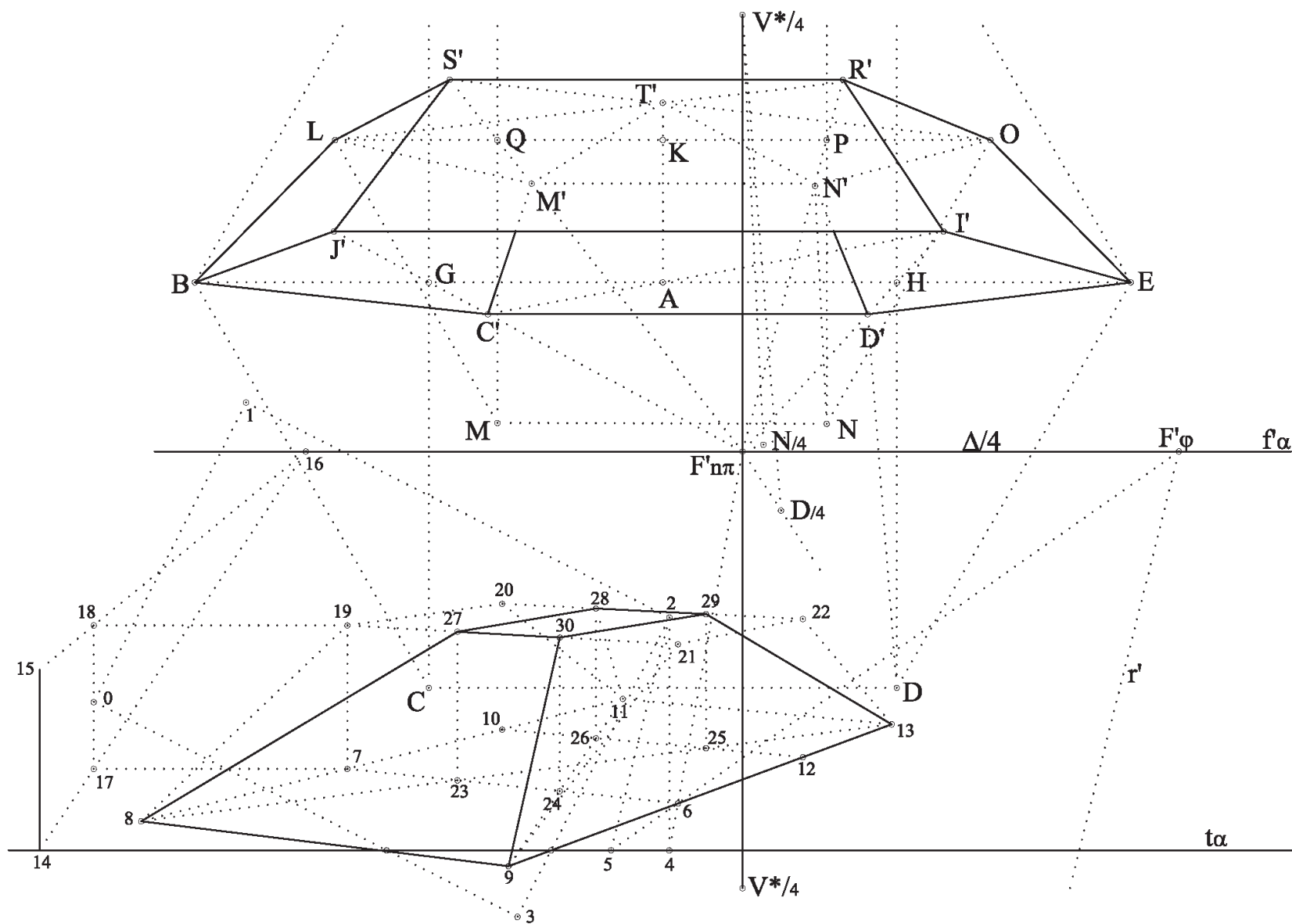
(www.inzerillomichele.eu)



Compenetrazione e aggregazione di poliedri in prospettiva
Interpenetration and aggregation of polyhedra in perspective

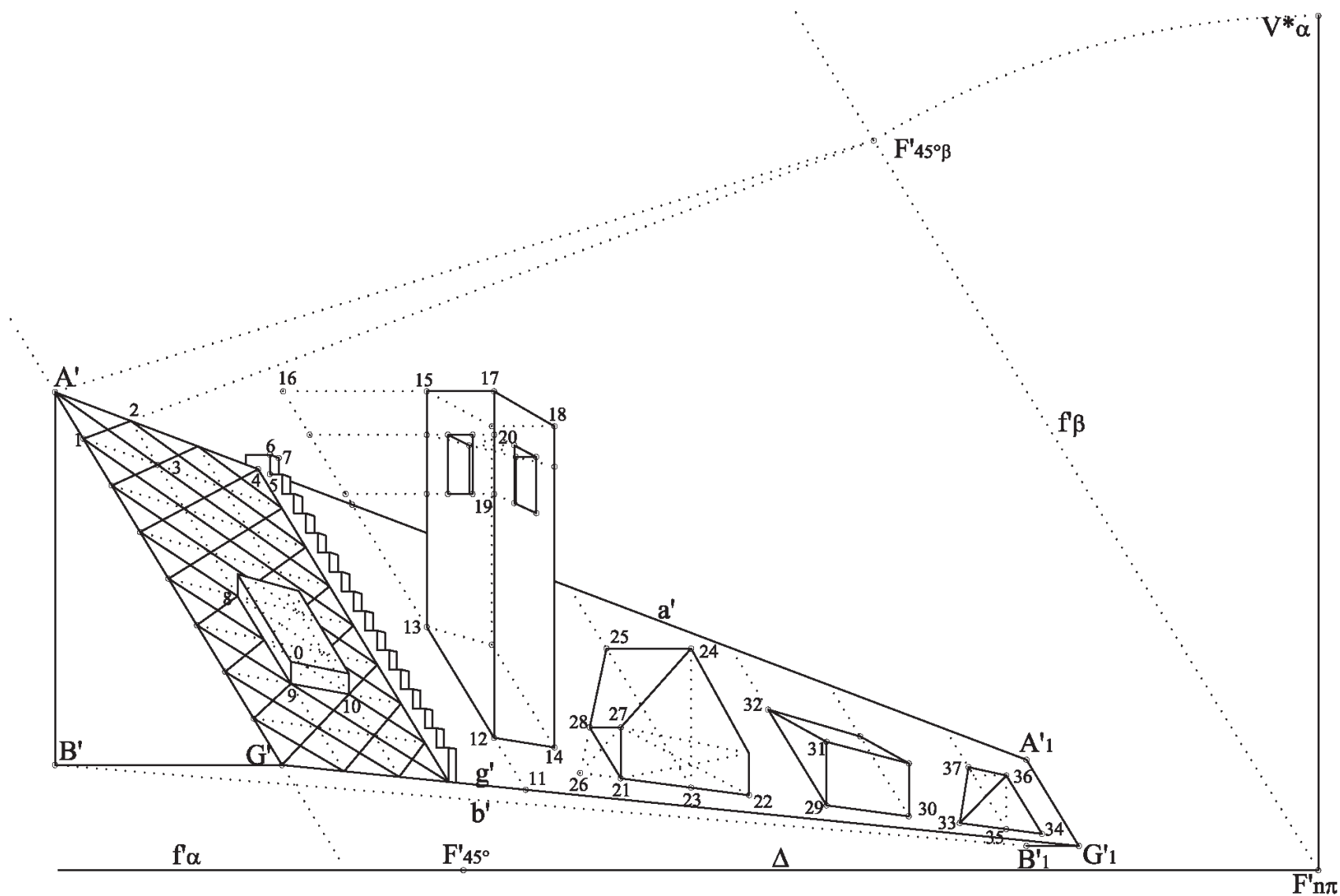
(www.inzerillomichele.eu)





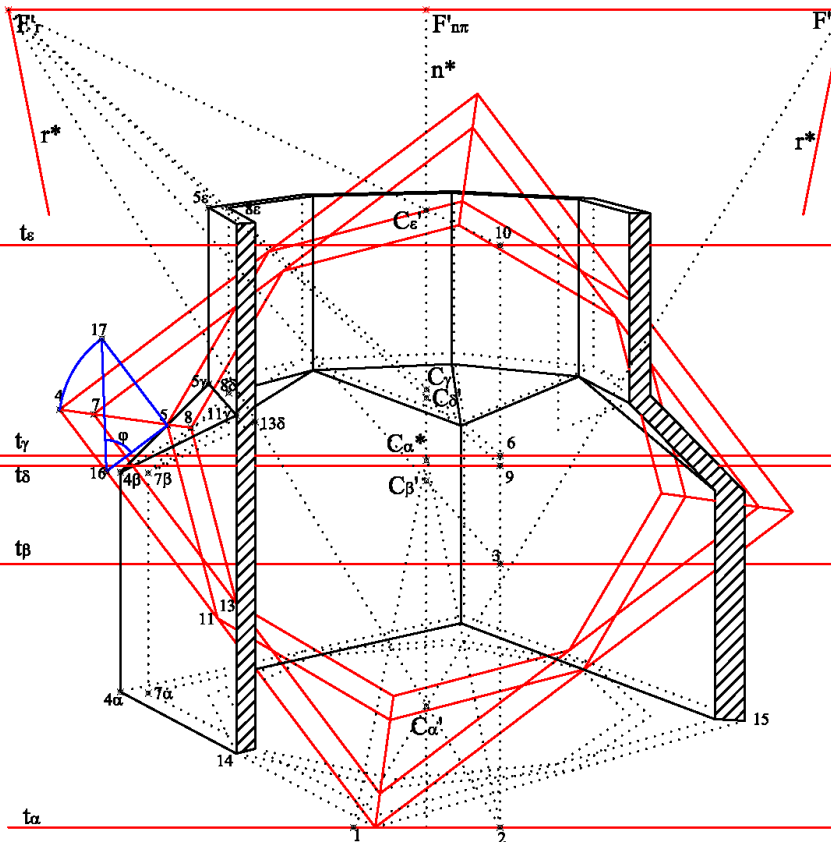
Prospettiva di padiglione prismatico a pianta centrica
Prismatic pavilion with centric plant in perspective

(www.inzerillomichele.eu)



Prospettiva di particolari articolazioni su volumi prismatici
Particular joints on prismatic volumes in perspective

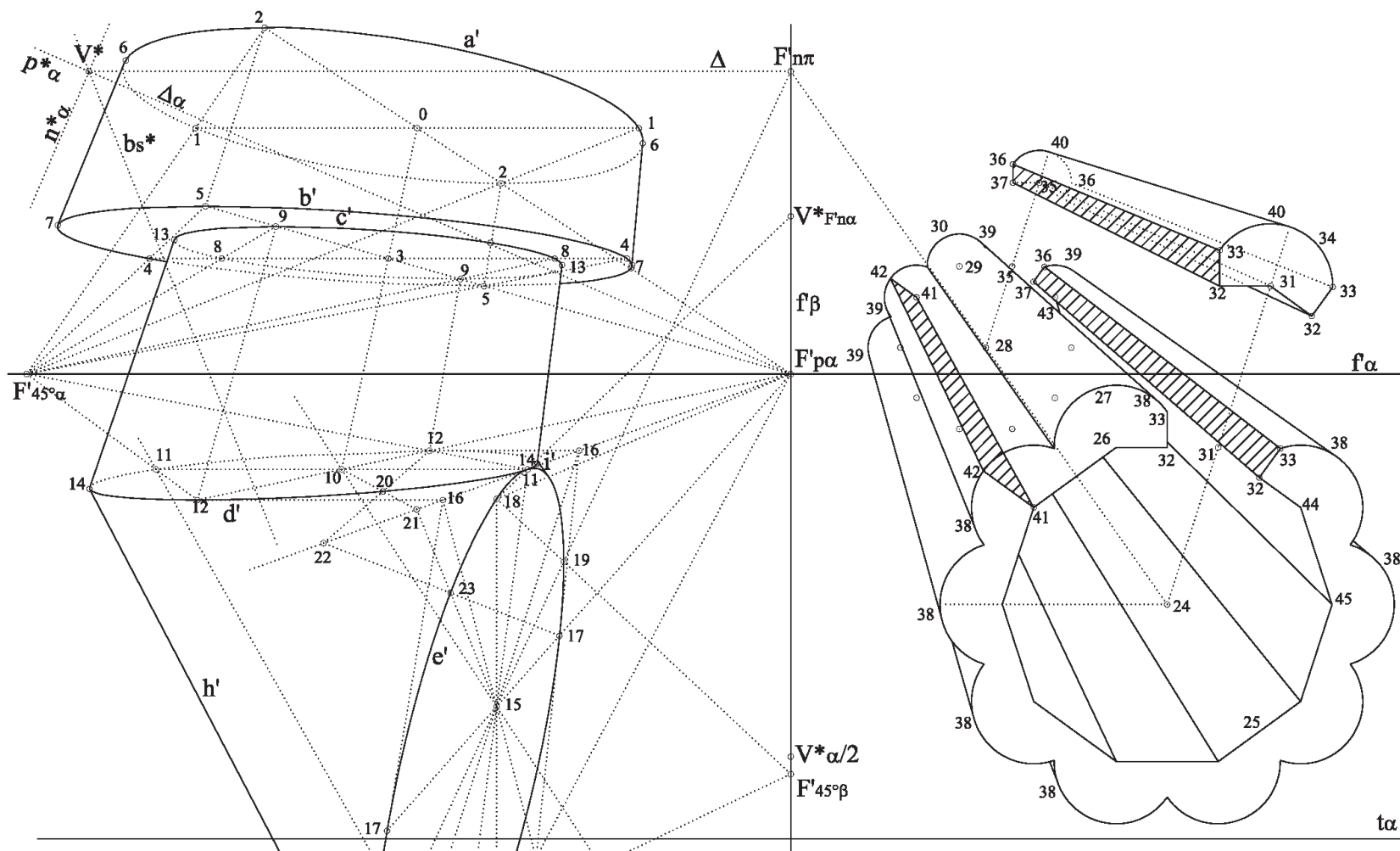
(www.inzerillomichele.eu)



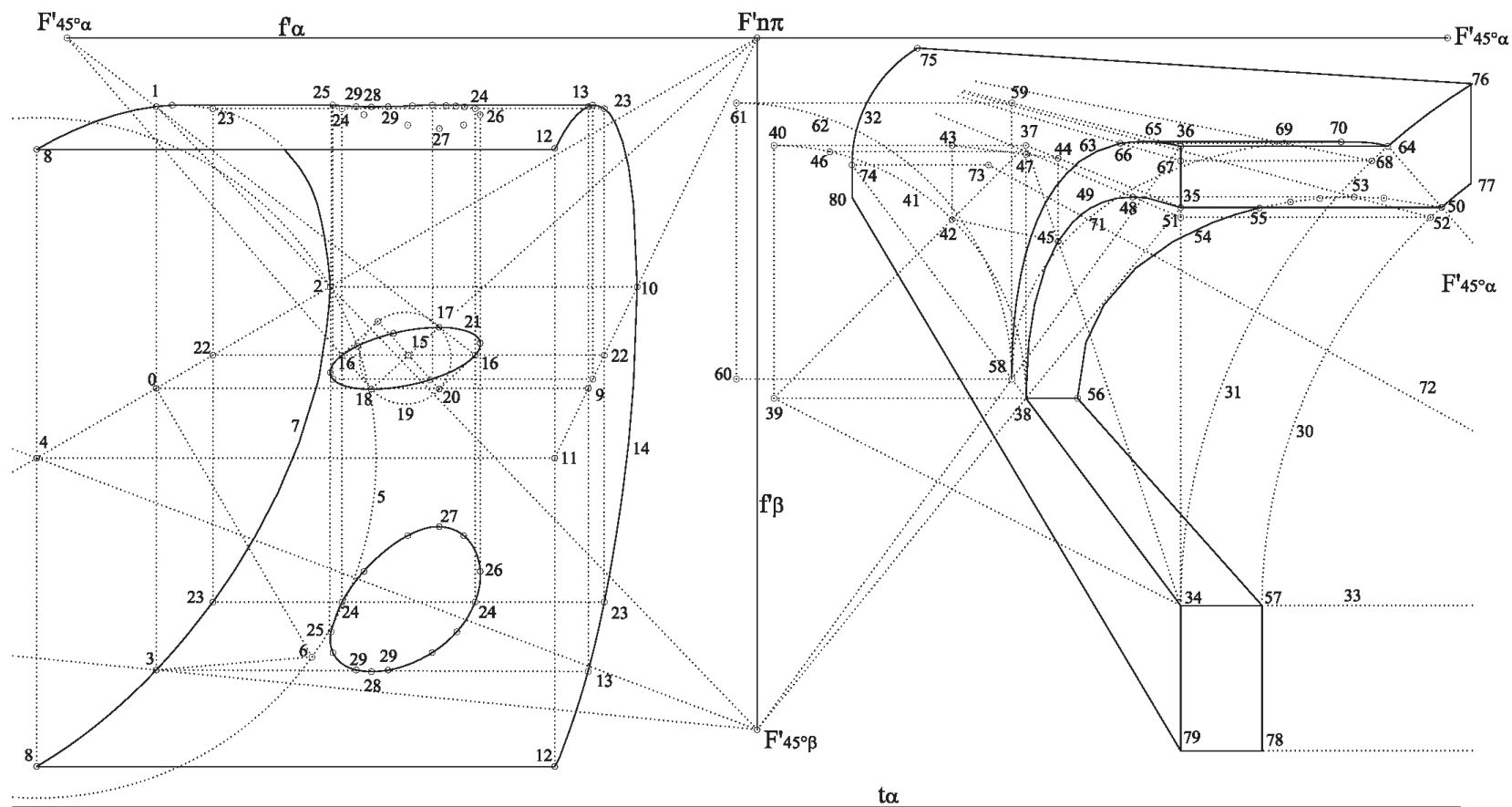
Prospettiva di pennacchi piani di raccordo fra poliedri
Link plans plumes between polyhedra in perspective

(www.inzerillomichele.eu)

Appendice 2 – Cilindro Appendix 2 – Cylinder

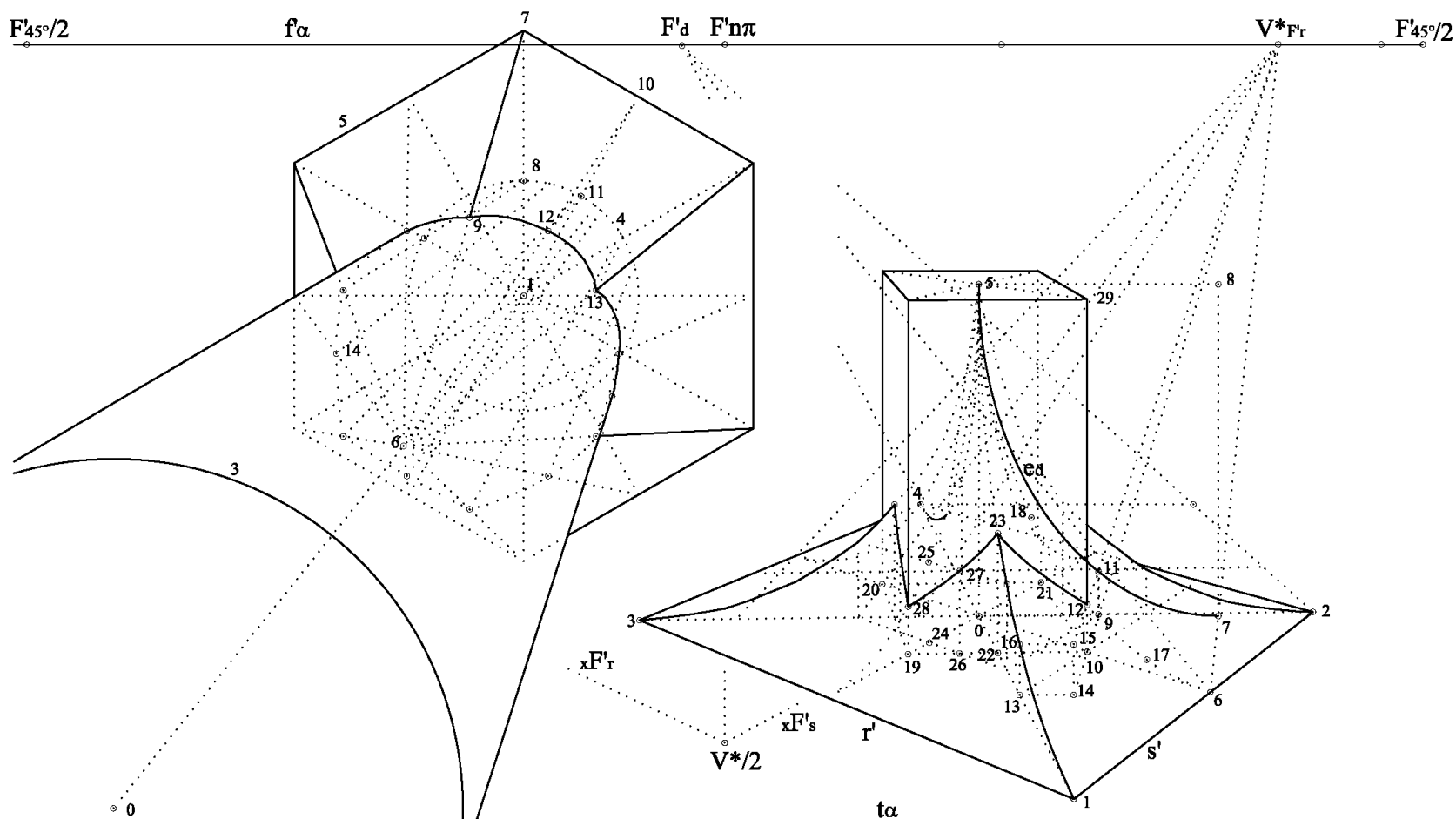


Aggregazione di cilindri in prospettiva
Aggregation of cylinders in perspective
(www.inzerillomichele.eu)

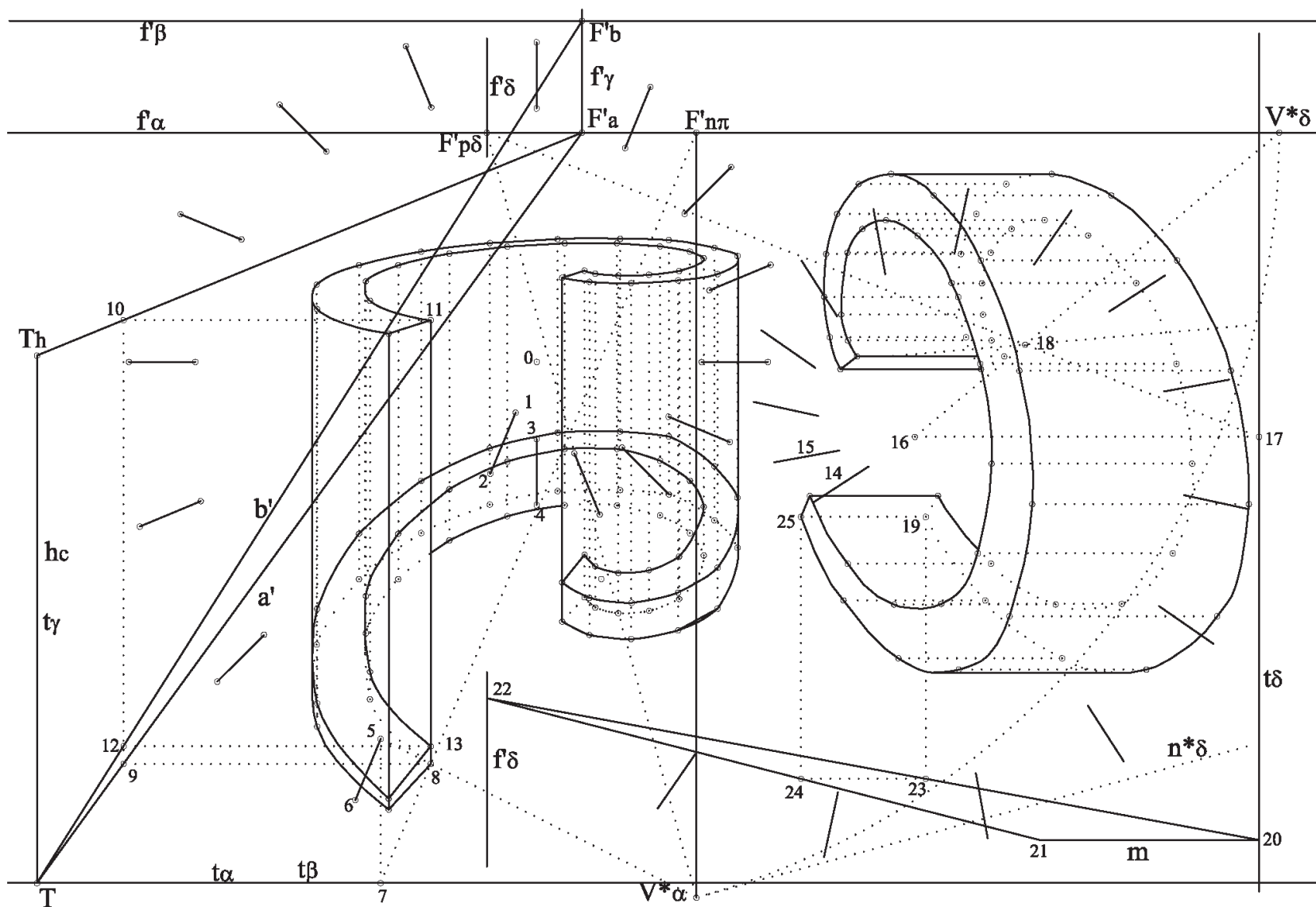


Compenetrazione di cilindri in prospettiva
Interpenetration of cylinders in perspective

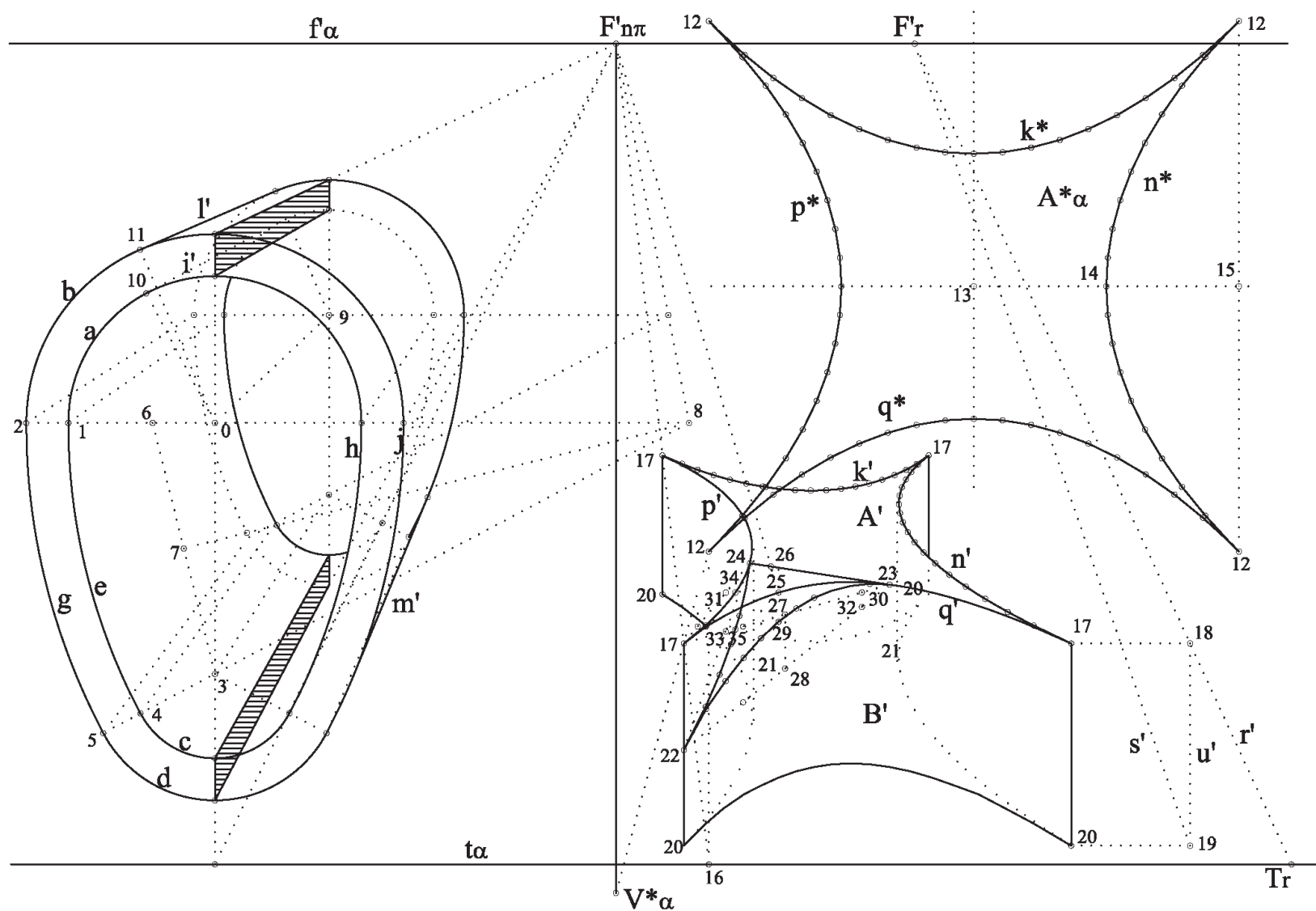
(www.inzerillomichele.eu)



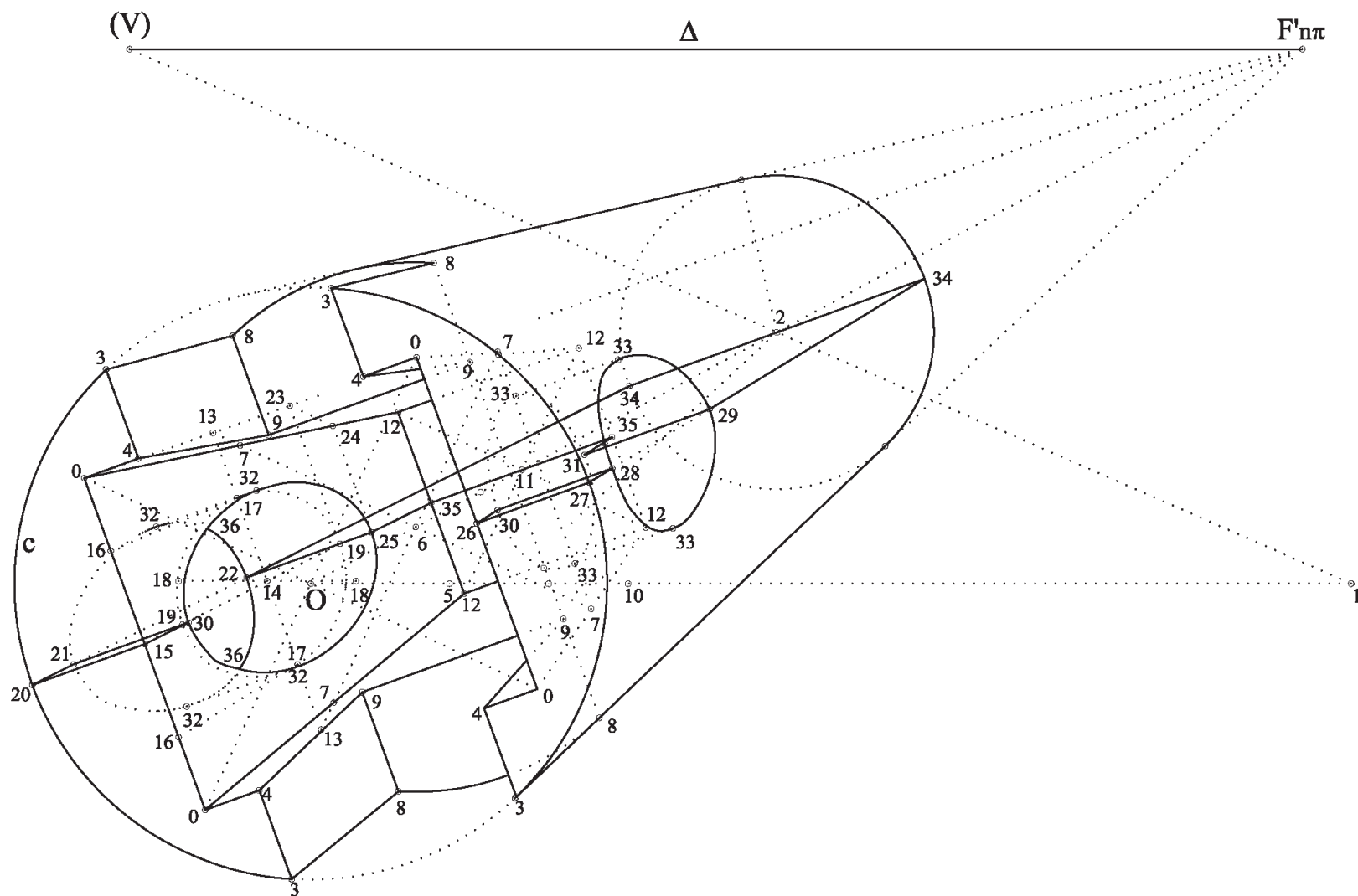
Intersezioni tra cilindri e poliedri in prospettiva
 Intersection between cylinders and polyhedra in perspective
 (www.inzerillomichele.eu)



Prospettiva di cilindro non quadrico e sua sezione piana
Non quadric cylinder and its plan section in perspective



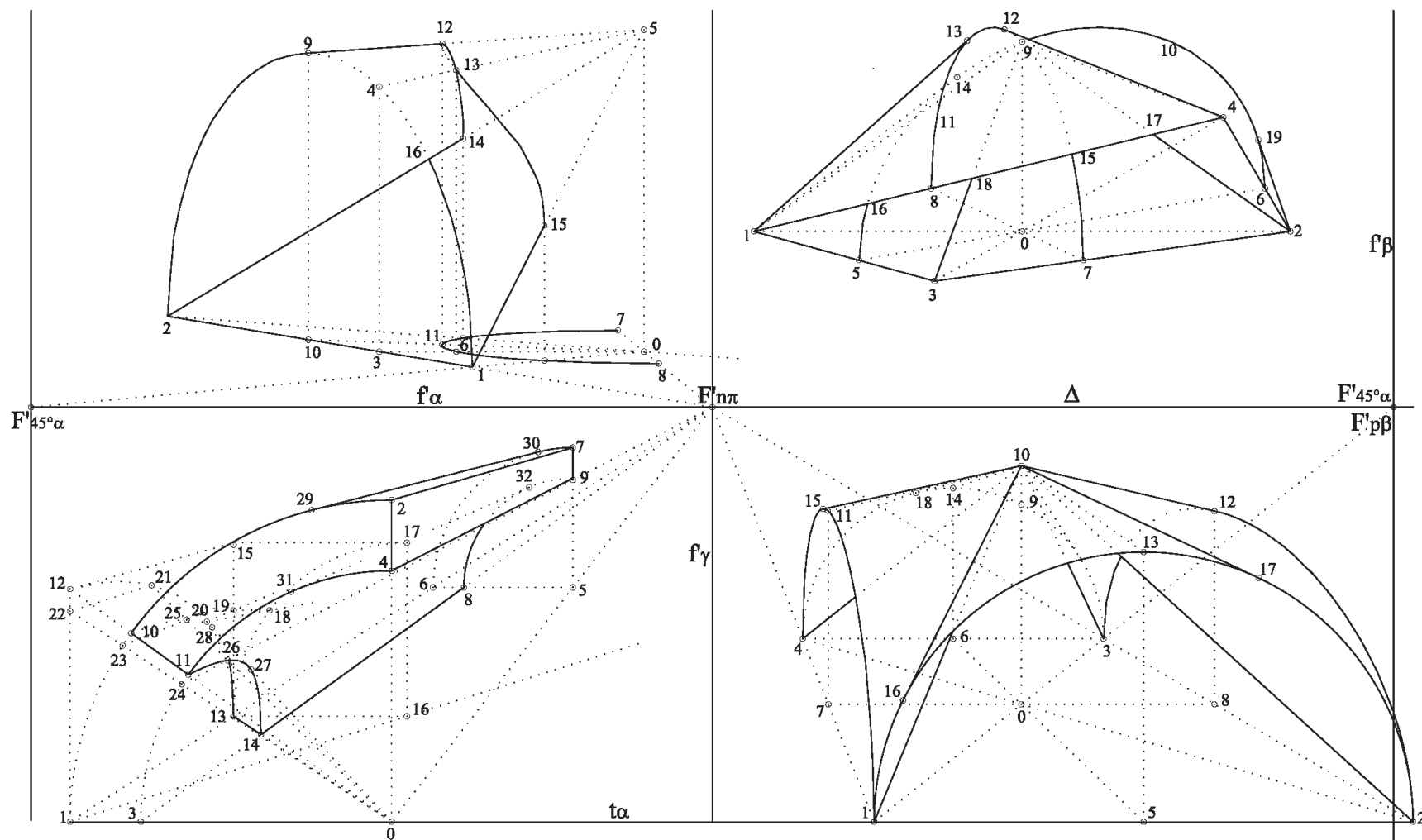
Prospettiva di cilindro quadrico; sezione piana e smusso
 Perspective of quadric cylinder; plan section and chamfer



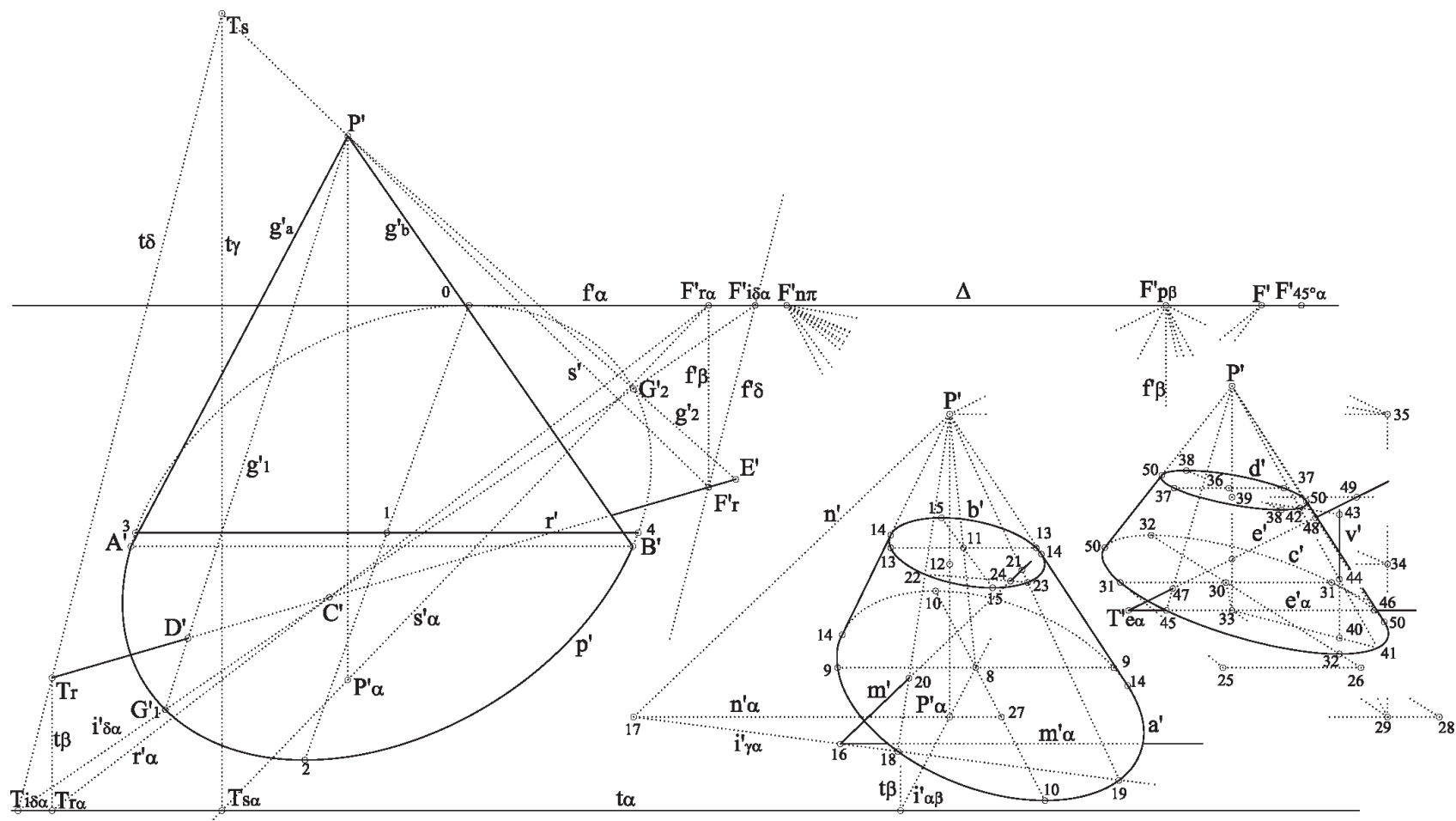
Prospettiva sezioni piane di cilindri con cavità
 Perspective of plan sections of cylinder with cavity

(www.inzerillomichele.eu)

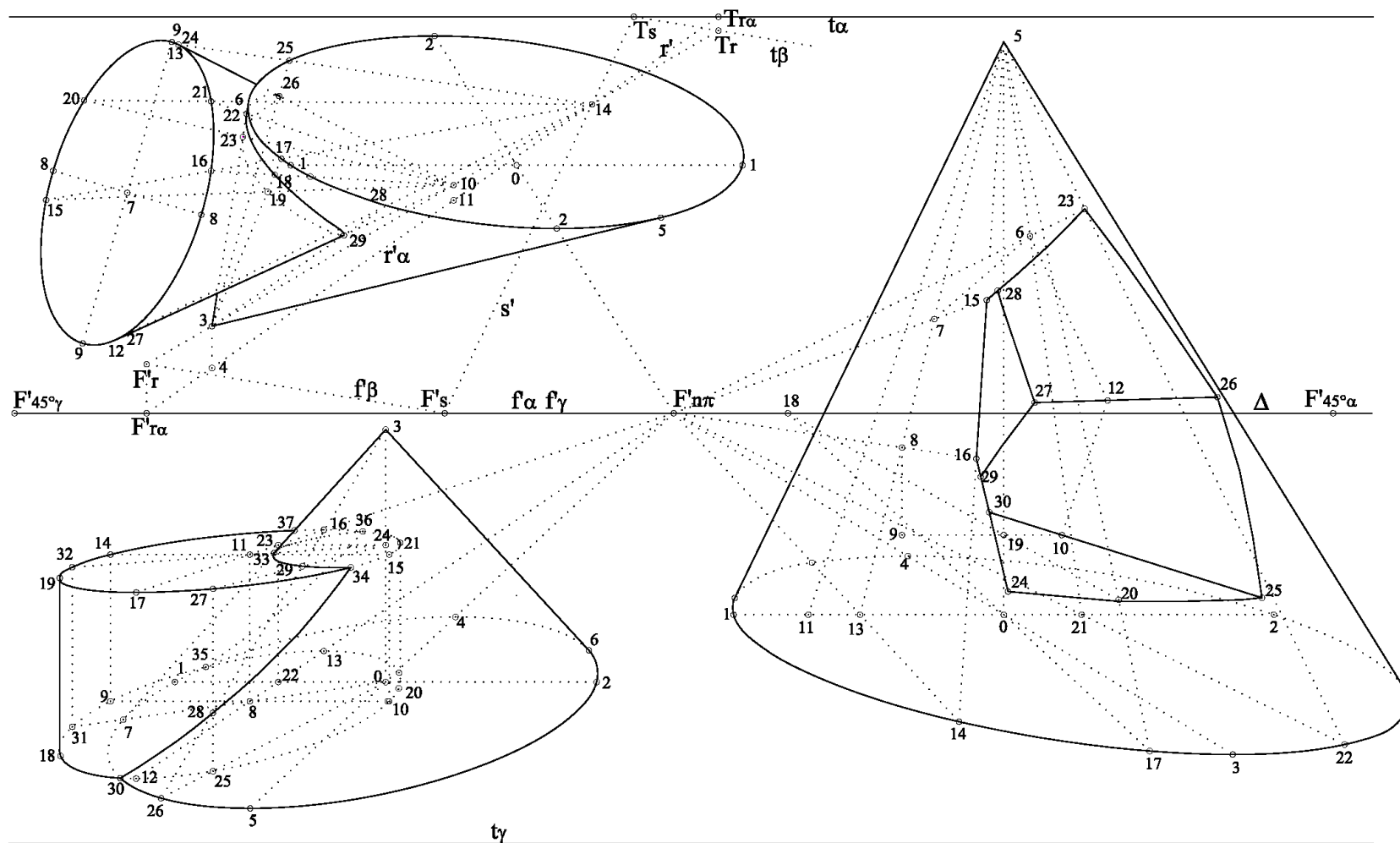
Appendice 3 – Cono Appendix 3 – Cone



Compenetrazione e aggregazione di cilindri e coni
Interpenetration and aggregation of cylinders and cones in perspective
(www.inzerillomichele.eu)

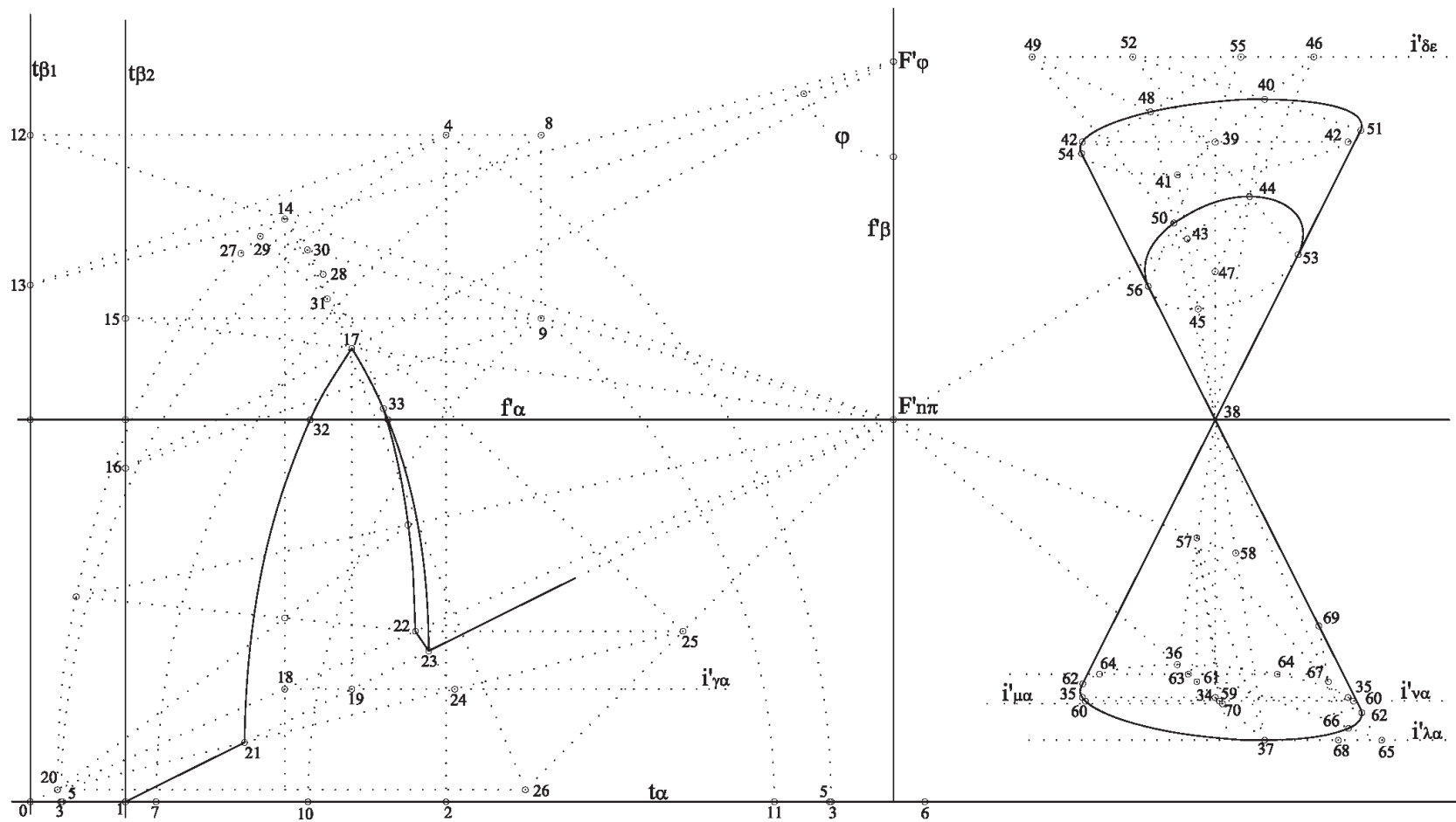


Intersezione fra retta e cono; traslazione di cono
Intersection between straight line and cone; translation of a cone

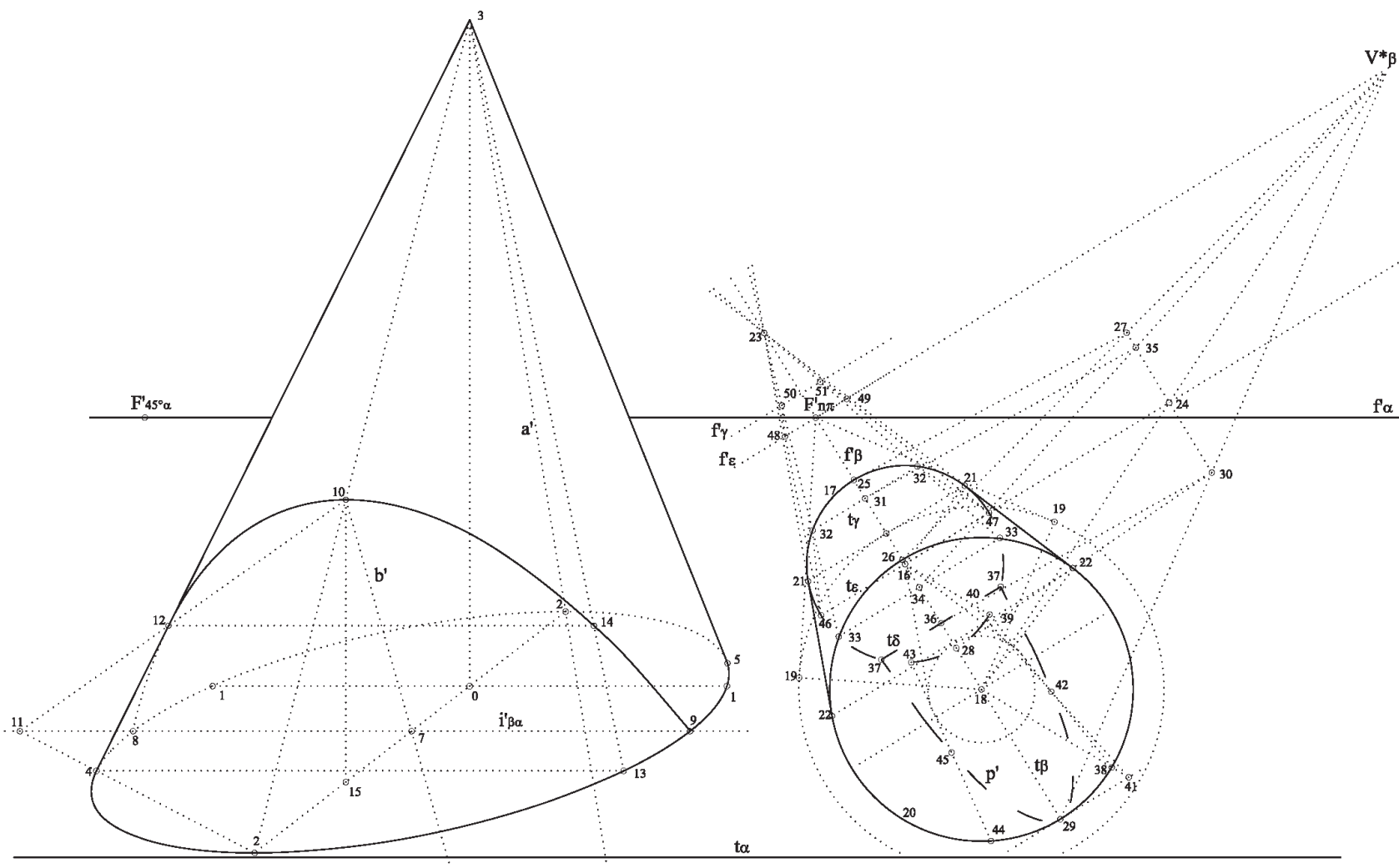


Intersezioni tra poliedri e coni in prospettiva
Intersection between polyhedra and cones in perspective

(www.inzerillomichele.eu)



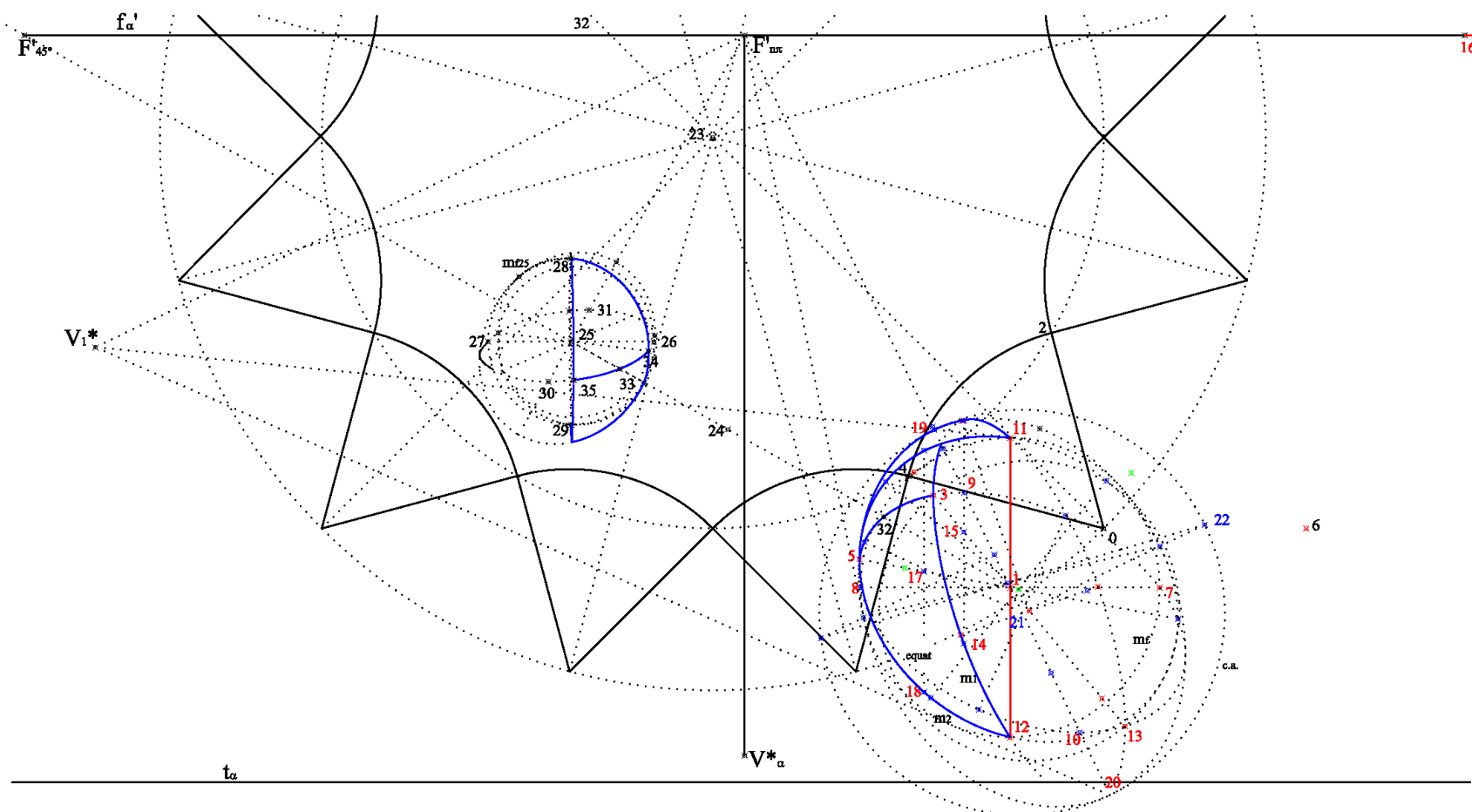
Sezioni piane di coni in prospettiva. caso 1
Plan sections of cones in perspective. Case 1



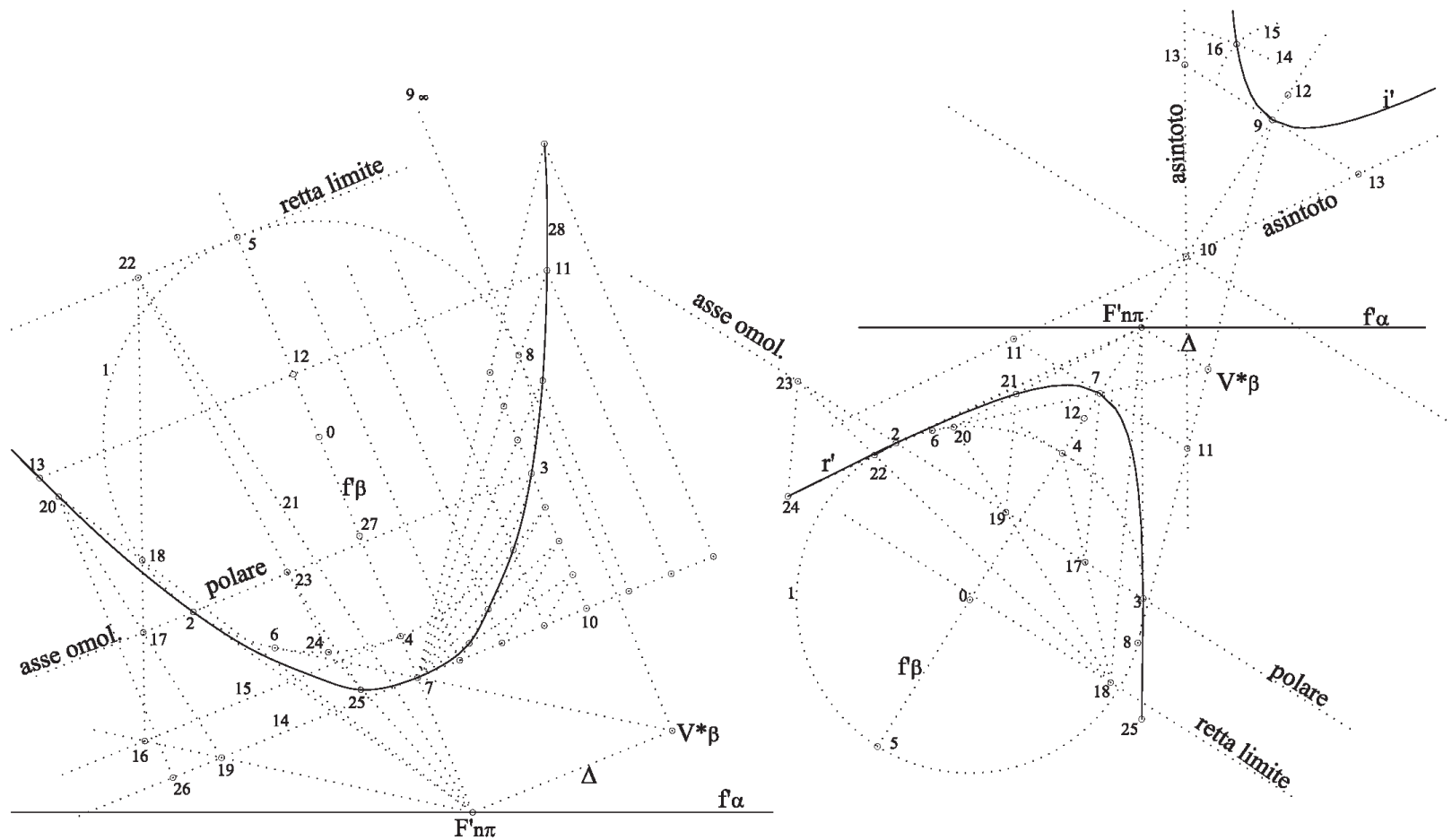
Sezioni piane di coni in prospettiva. caso 2
Plan sections of cones in perspective. Case 2

(www.inzerillomichele.eu)

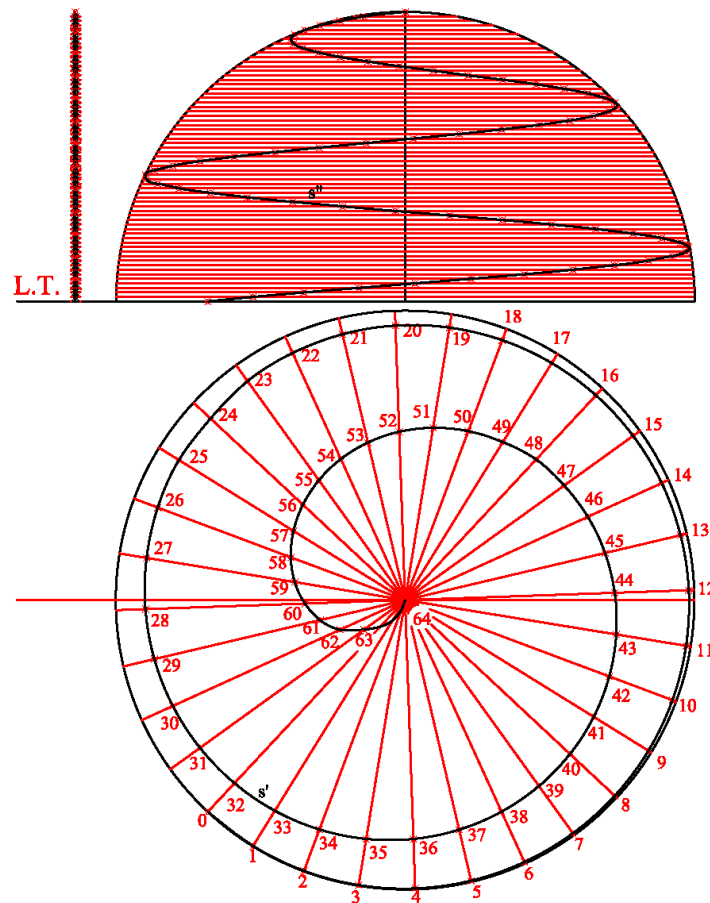
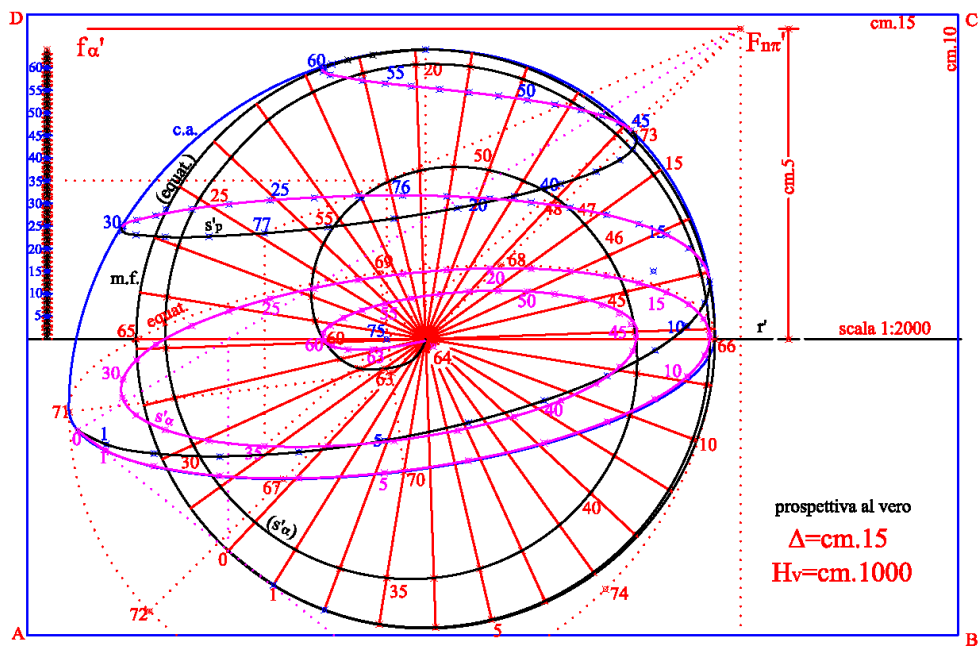
Appendice 4 – Sfera Appendix 4 – Sphere



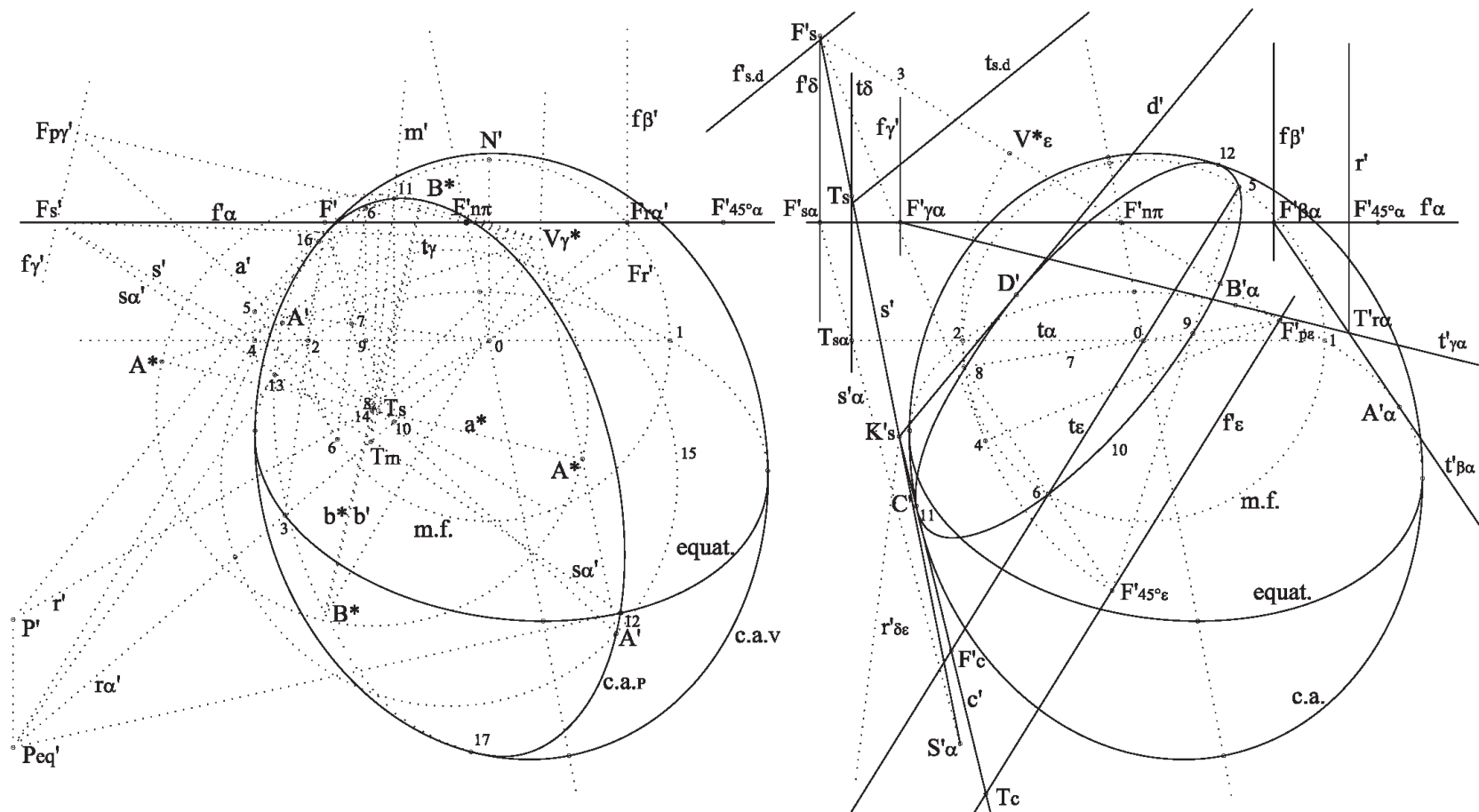
Composizione di fusi sferici in prospettiva
Composition of spherical curve part in perspective
(www.inzerillomichele.eu)



Contorno apparente della sfera; relazioni con il piano limite del quadro
Apparent contour of the sphere; relations with the limit plane of the picture plan

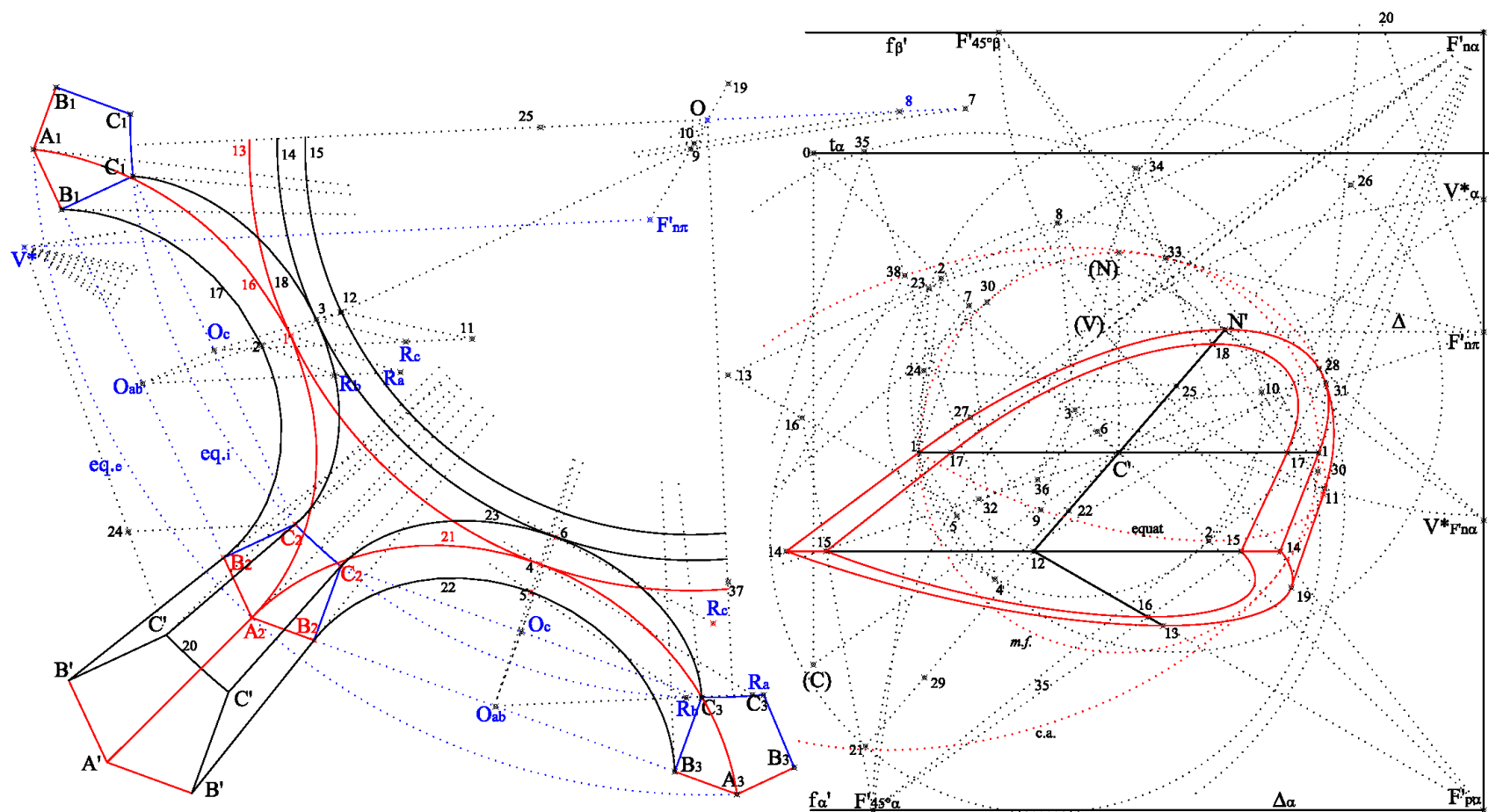


Curve particolari sulla sfera in prospettiva
 Particular curves on the sphere in perspective
 (www.inzerillomichele.eu)

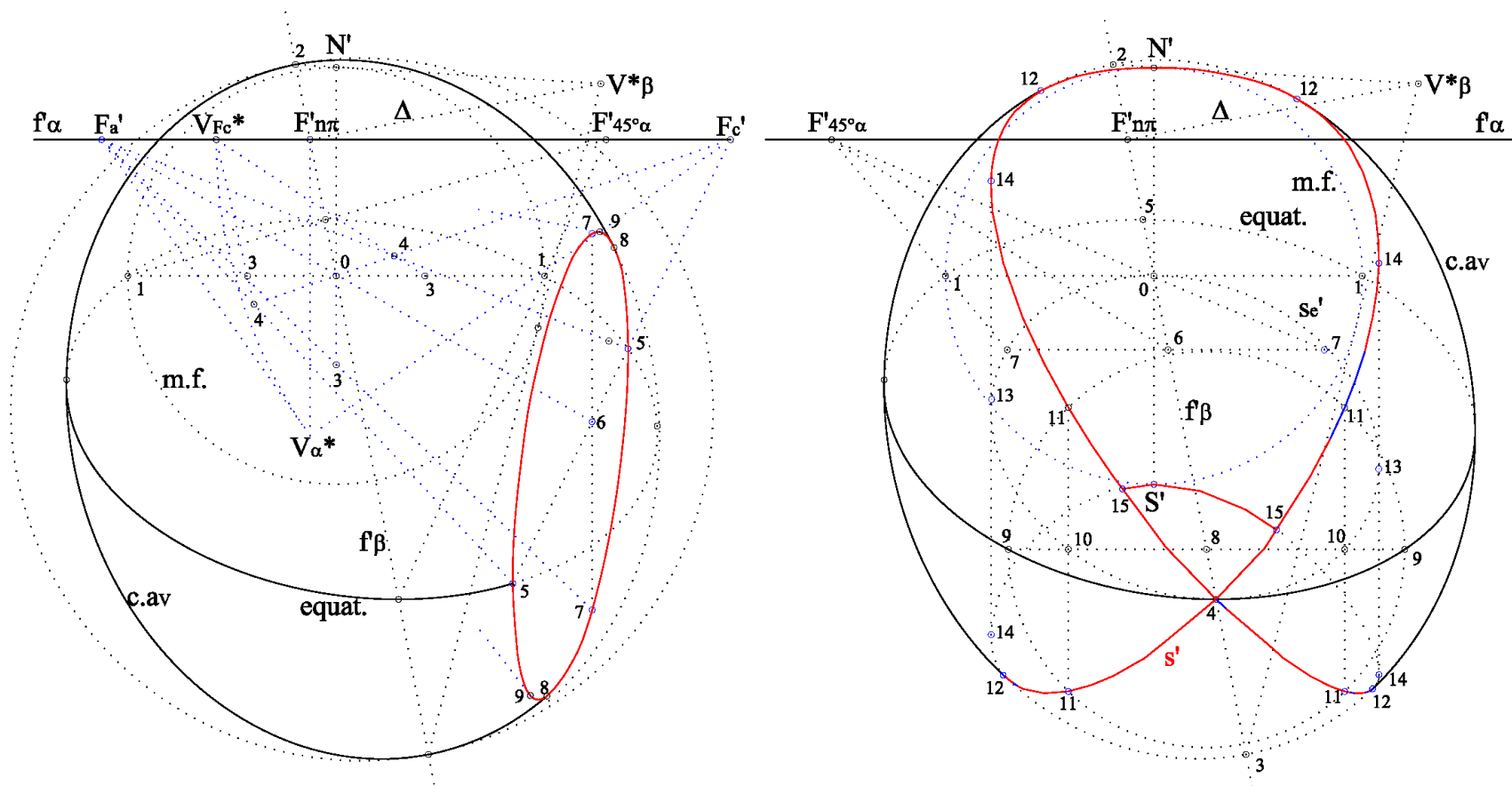


Esposizione di sfera ad un punto; piani per una retta tangenti la sfera
 Exposition of the sphere to a point; tangent planes to a straight line to the sphere

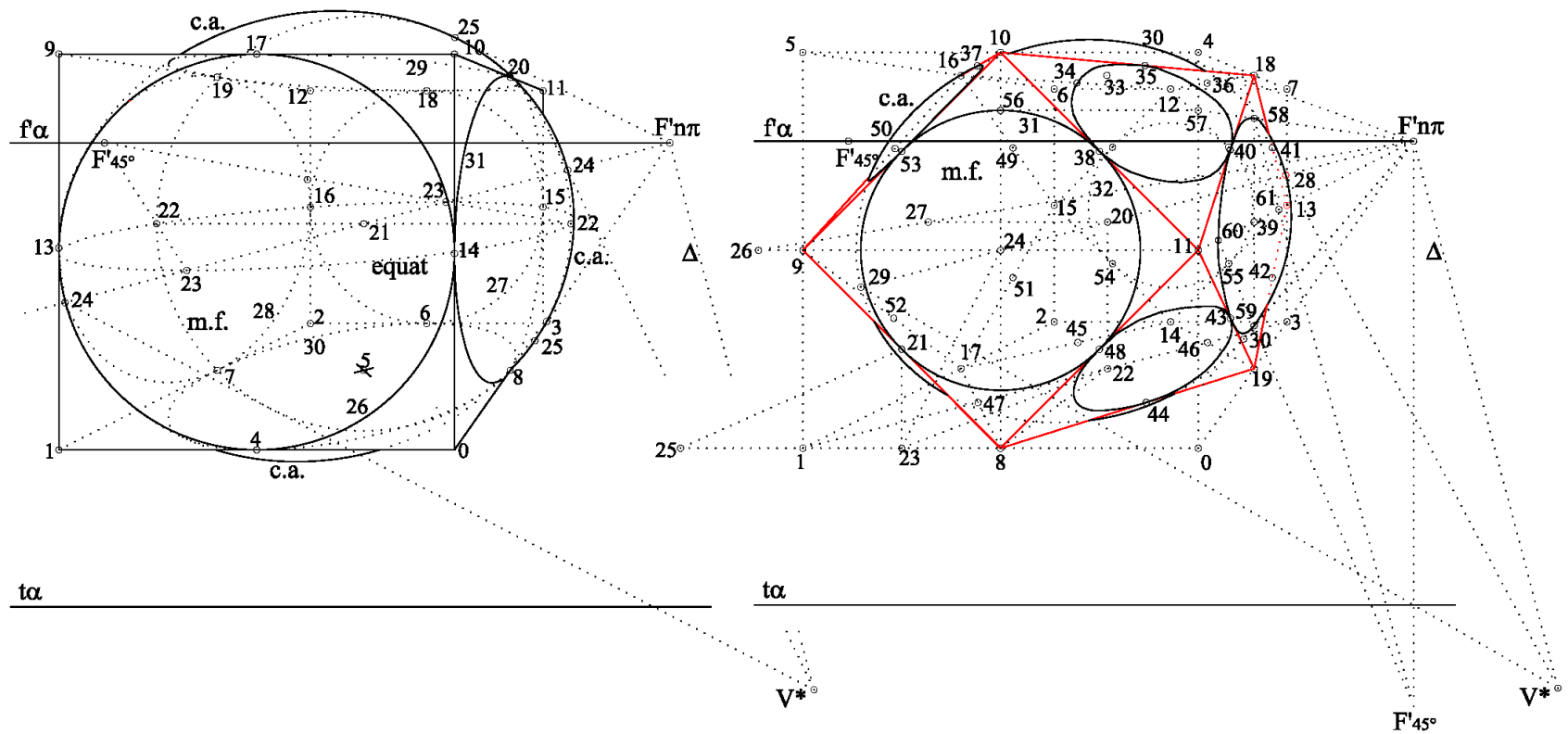
(www.inzerillomichele.eu)



Pennacchio sferico; catino di nicchia cilindrico-sferica in prospettiva
Spherical plume; cylindric-spherical basin niche in perspective

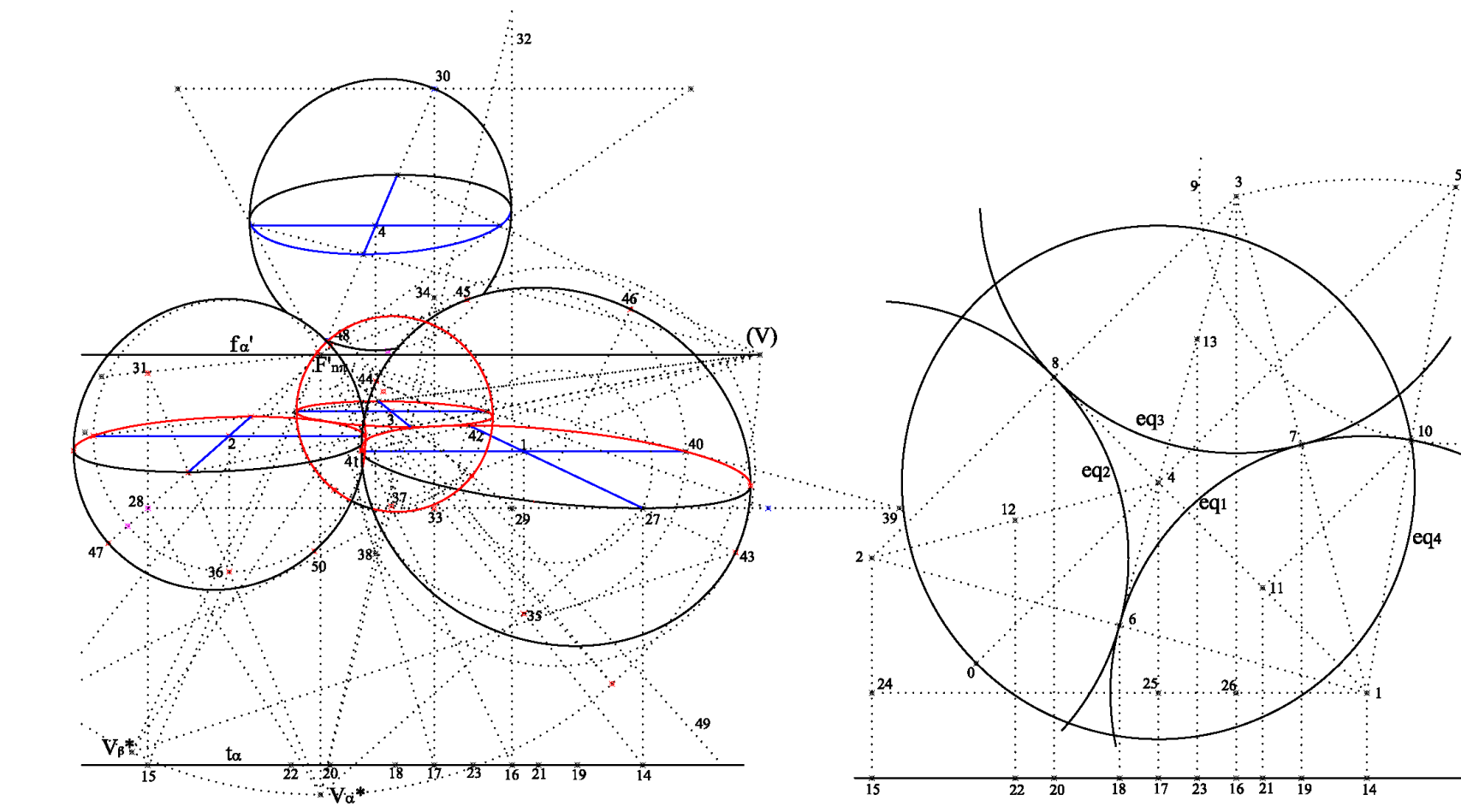


Sfera con cavità cilindrica in prospettiva
Sphere with cylinder cavity in perspective



Sfera intermedia di poliedro regolare e semiregolare in prospettiva
Intermediate sphere of a regular and semi-regular polyhedron in perspective

(www.inzerillomichele.eu)



Sfere sovrapposte in prospettiva
Overlying spheres in perspective

(www.inzerillomichele.eu)

Bibliografia / Bibliography

- ALBEGGIANI M. (1926), *Applicazioni della geometria descrittiva*, Palermo
- VAGNETTI F. (1947), *La prospettiva lineare*, Roma
- BRION-GUERRY L. (1962), *Jean Plérin viator sa place dans l'histoire de la perspective*, Paris
- DE FIORE G. (1964), *Teoria della rappresentazione architettonica*, Facoltà di Architettura di Roma
- CAPITANO V. (1996), *Considerazioni omologiche nella prospettiva centrale su quadro inclinato*, Facoltà di Ingegneria di Palermo
- DE FIORE G. (1967), *Dizionario del disegno*, Brescia
- FILOSTO R. (1968), *Lineamenti teorici del disegno*, Palermo
- CAPITANO V. (1972), *Applicazioni di geometria proiettiva e descrittiva nel disegno delle forme geometriche elementari*, Palermo
- DE SIMONE M. (1973), *Percezione e disegno*, Palermo
- FILOSTO R. – INZERILLO M. (1974), *Contributo dell'omologia nella rappresentazione grafica*, Palermo
- DE RUBERTIS R. (1975), *Geometria Descrittiva*, Roma
- INZERILLO M. (1977), *Lezioni di Applicazioni di Geometria Descrittiva*, Palermo
- INZERILLO M. (1977), *Lezioni di Teoria del Disegno Prospettico*, Palermo
- SACCARDI U. (1977), *Applicazioni di Geometria Descrittiva*, Firenze
- INZERILLO M. – D'ALESSANDRO M. (1978), *omologia e rette limiti nella prospettiva delle immagini riflesse*, Palermo
- D'ALESSANDRO M. (1979), *Omologia nella prospettiva della sfera*, collana di studi di disegno della Facoltà di Ingegneria di Palermo
- FILOSTO R. – INZERILLO M. (1979), *Riduzione diretta in prospettiva di aree e volumi*, collana di studi dell'istituto di disegno della Facoltà di Ingegneria di Palermo
- INZERILLO M. – BUCCHERI F. (1980), *un'interpretazione della prospettiva: la sfera*, Palermo
- CUNDARI C. (1983), *Teoria della Rappresentazione dello spazio architettonico, applicazioni di geometria descrittiva*, Roma
- INZERILLO M. – D'ALESSANDRO M. – PIZZURRO P. (1983), *omografia e prospettiva*, Facoltà di Ingegneria di Palermo
- BONANNO L. – D'ALESSANDRO M. (1985), *Fra geometria e percezione*, Facoltà di Ingegneria, Palermo

DOCCI M. (1985), *Manuale di disegno architettonico*, Bari

DOCCI M. – MIGLIARI R. (1992), *Scienza della rappresentazione*, Roma

SGROSSO A. (1996), *La rappresentazione geometrica dell'architettura, applicazioni di geometria descrittiva*, Napoli

INZERILLO L. (2004), *Procedure di costruzione della prospettiva nel progetto del disegno*, in *Disegnare idee e immagini*, n. 28, Cangemi editore, Roma

MIGLIARI R. (2008), *Prospettiva dinamica interattiva*, (a cura di), edizioni Kappa, Roma

DOCCI M. – GALANI M. – MAESTRI D. (2011), *Scienza del Disegno*, Città studi edizioni, Novara

Sitografia

www.nettuno.it Corso di Disegno per Ingegneria Civile ed Architettura.

www.micheleinzerillo.eu

Le aree scientifico–disciplinari sono definite con decreto del MIUR (D.M. 4 ottobre 2000) secondo il seguente elenco:

AREA 01 – Scienze matematiche e informatiche

AREA 02 – Scienze fisiche

AREA 03 – Scienze chimiche

AREA 04 – Scienze della terra

AREA 05 – Scienze biologiche

AREA 06 – Scienze mediche

AREA 07 – Scienze agrarie e veterinarie

AREA 08 – Ingegneria civile e Architettura

AREA 09 – Ingegneria industriale e dell'informazione

AREA 10 – Scienze dell'antichità, filologico–letterarie e storico–artistiche

AREA 11 – Scienze storiche, filosofiche, pedagogiche e psicologiche

AREA 12 – Scienze giuridiche

AREA 13 – Scienze economiche e statistiche

AREA 14 – Scienze politiche e sociali

Il presente volume è riferibile all'area 08.

Il catalogo delle pubblicazioni di Aracne editrice è su

www.aracneeditrice.it

Finito di stampare nel mese di settembre del 2012
dalla «ERMES. Servizi Editoriali Integrati S.r.l.»
00040 Ariccia (RM) – via Quarto Negroni, 15
per conto della «Aracne editrice S.r.l.» di Roma